

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**e-math.pl**

Ty wybierasz czas i miejsce

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **11 maja 2021 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY



Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania zasad oceniania
- dostosowania w zw. z dyskalkulią
- nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.



EMAP-R0-**100**-2105

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 27 stron (zadania 1–15).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
6. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
7. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
8. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
9. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

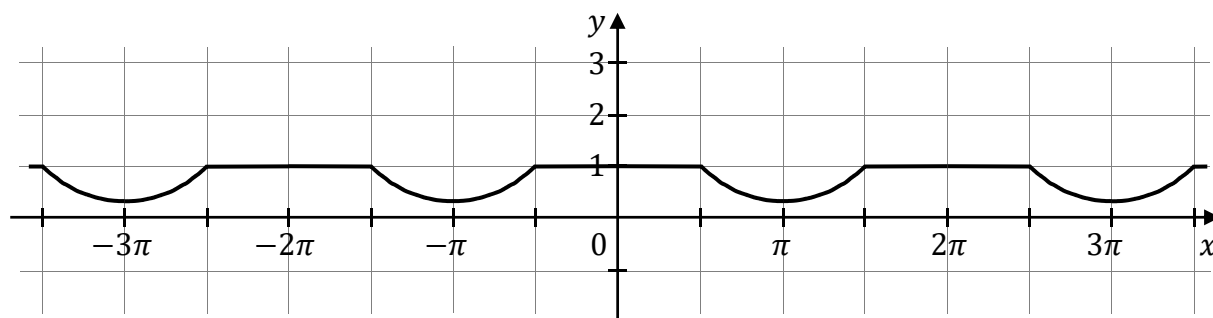
**Zadanie 1. (0–1)**

Różnica  $\cos^2 165^\circ - \sin^2 165^\circ$  jest równa

- A.  $-1$                       B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji  $f$  określonej dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ .



Jeden spośród podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji. Wskaż wzór funkcji  $f$ .

- A.  $f(x) = \frac{\cos x + 1}{|\cos x| + 1}$   
B.  $f(x) = \frac{\sin x + 1}{|\sin x| + 1}$   
C.  $f(x) = \frac{|\cos x| - 2}{\cos x - 2}$   
D.  $f(x) = \frac{|\sin x| - 2}{\sin x - 2}$

**Zadanie 3. (0–1)**

Wielomian  $W(x) = x^4 + 81$  jest podzielny przez

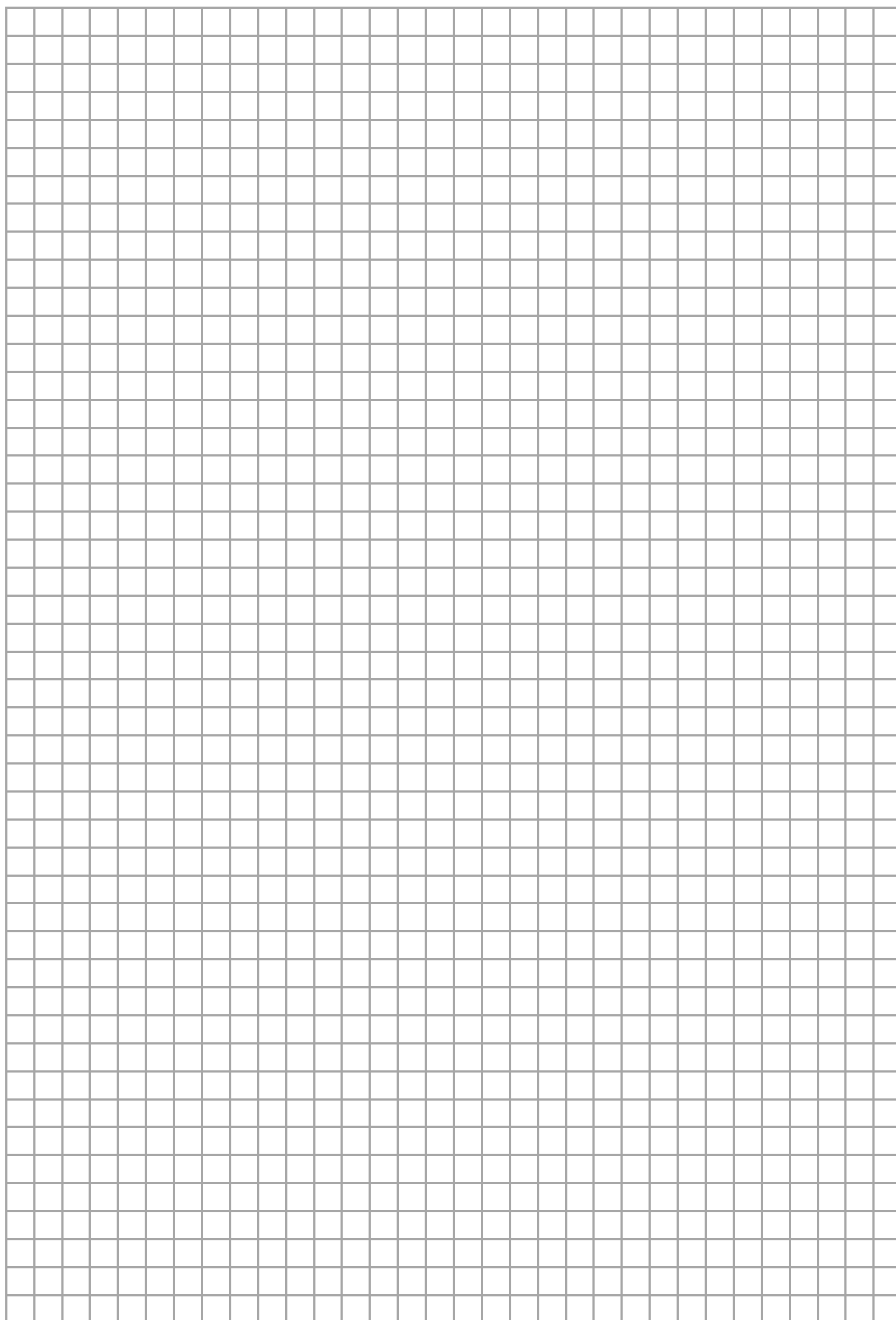
- A.  $x - 3$                       B.  $x^2 + 9$                       C.  $x^2 - 3\sqrt{2}x + 9$                       D.  $x^2 + 3\sqrt{2}x - 9$

**Zadanie 4. (0–1)**

Liczba różnych pierwiastków równania  $3x + |x - 4| = 0$  jest równa

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

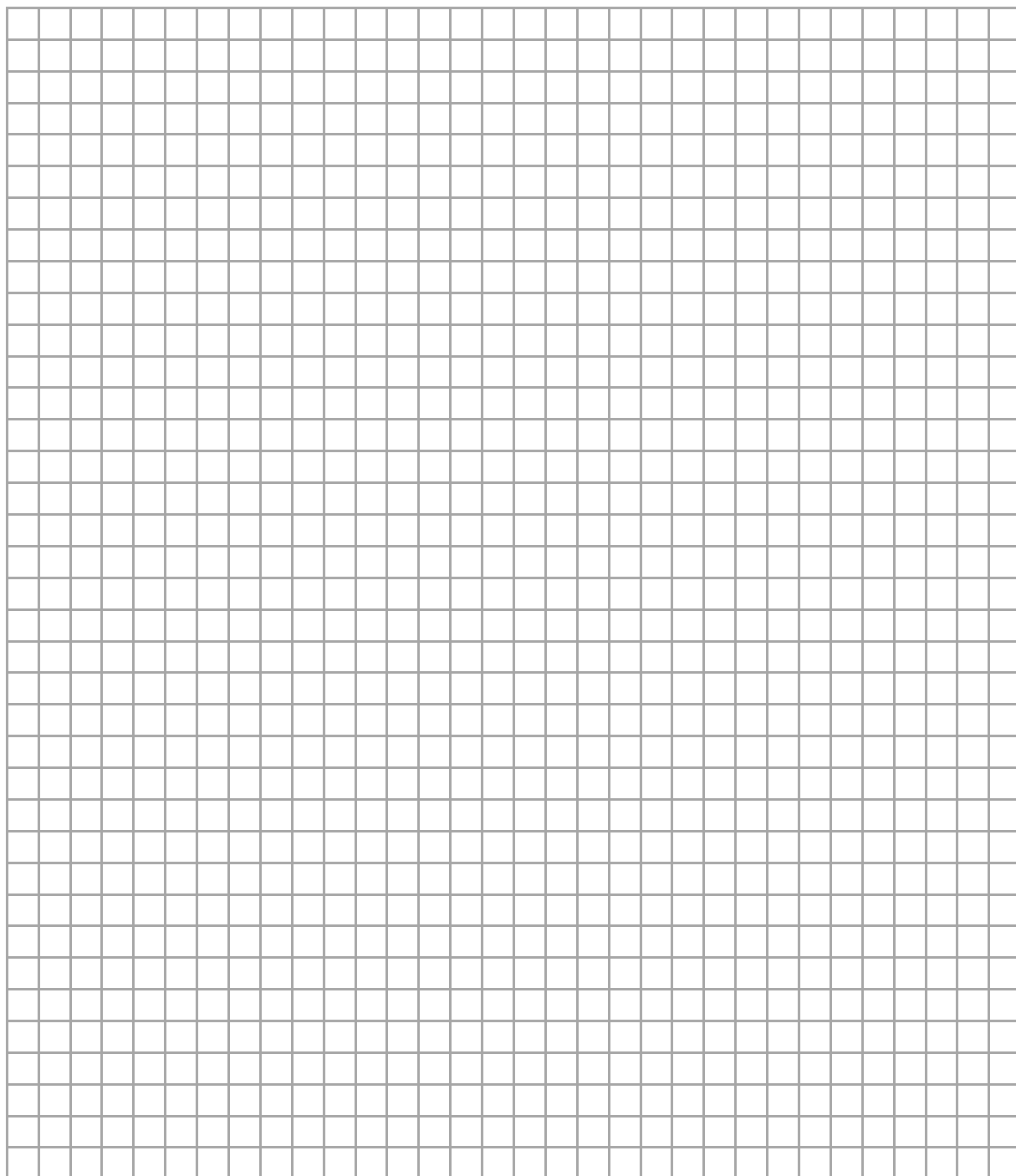


**Zadanie 5. (0–2)**

Oblicz granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+2)^2 - (1-2n)^2}{(2n-1)^2}$ .

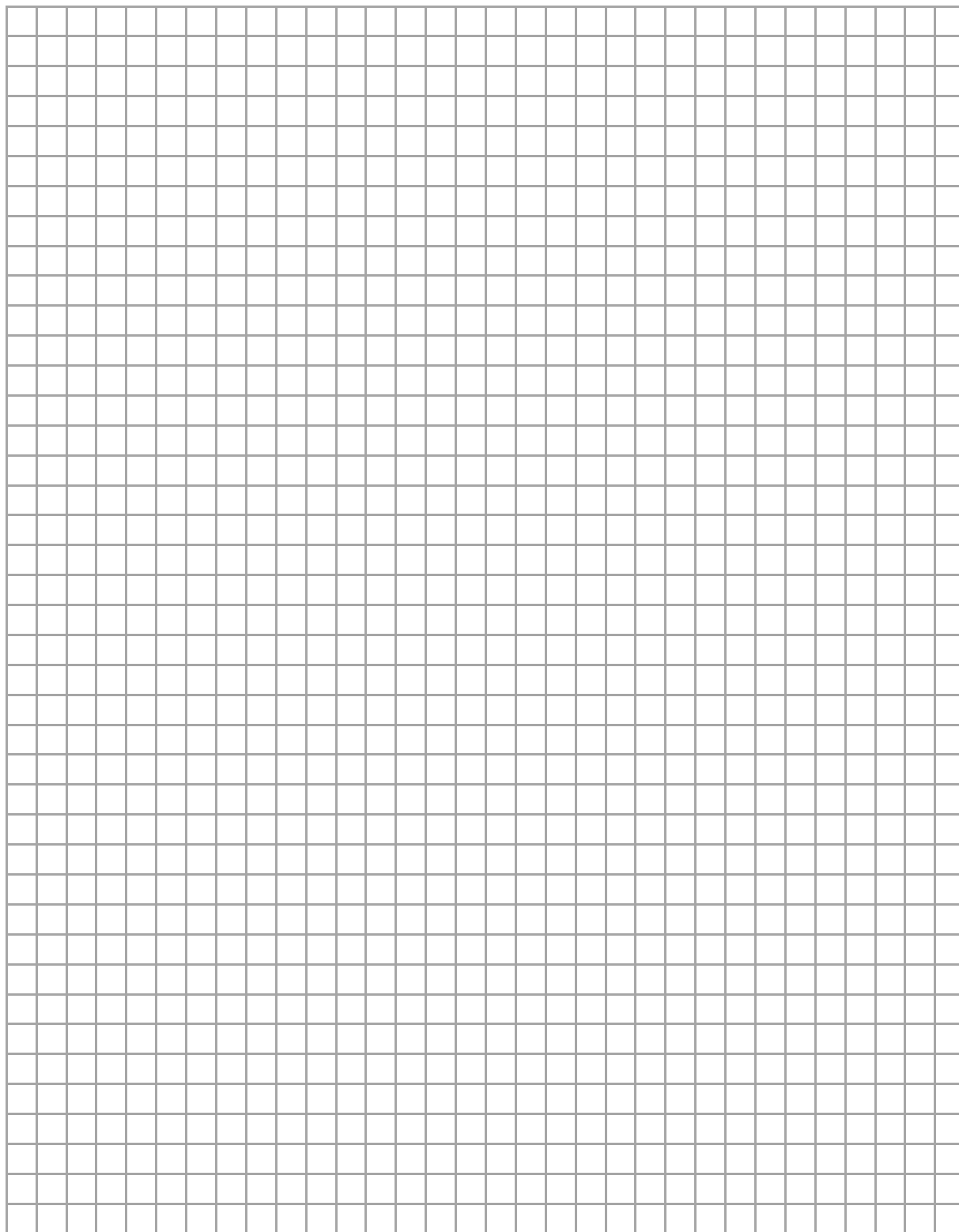
W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku skończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--



**Zadanie 6. (0–3)**

Niech  $\log_2 18 = c$ . Wykaż, że  $\log_3 4 = \frac{4}{c-1}$ .

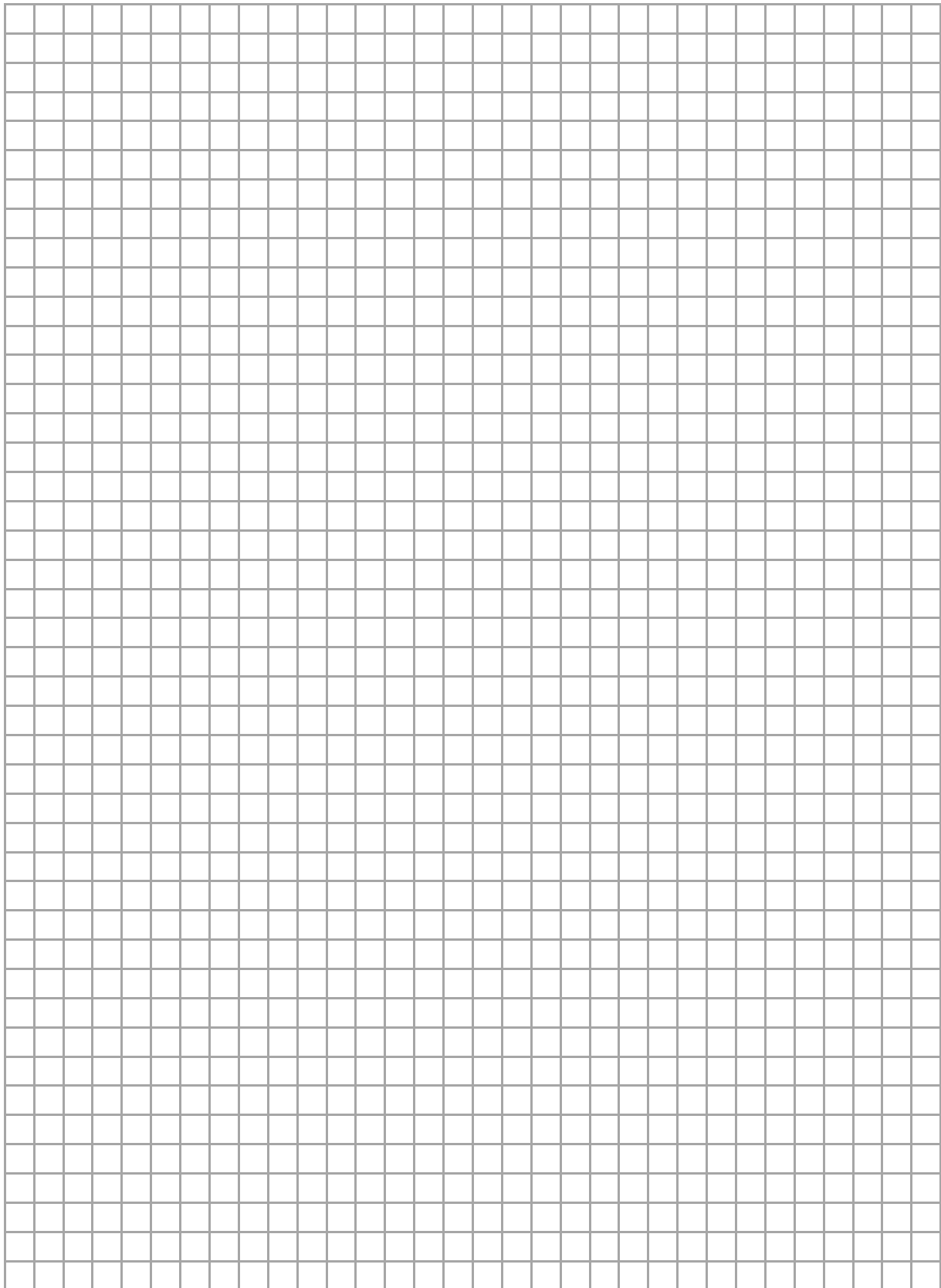


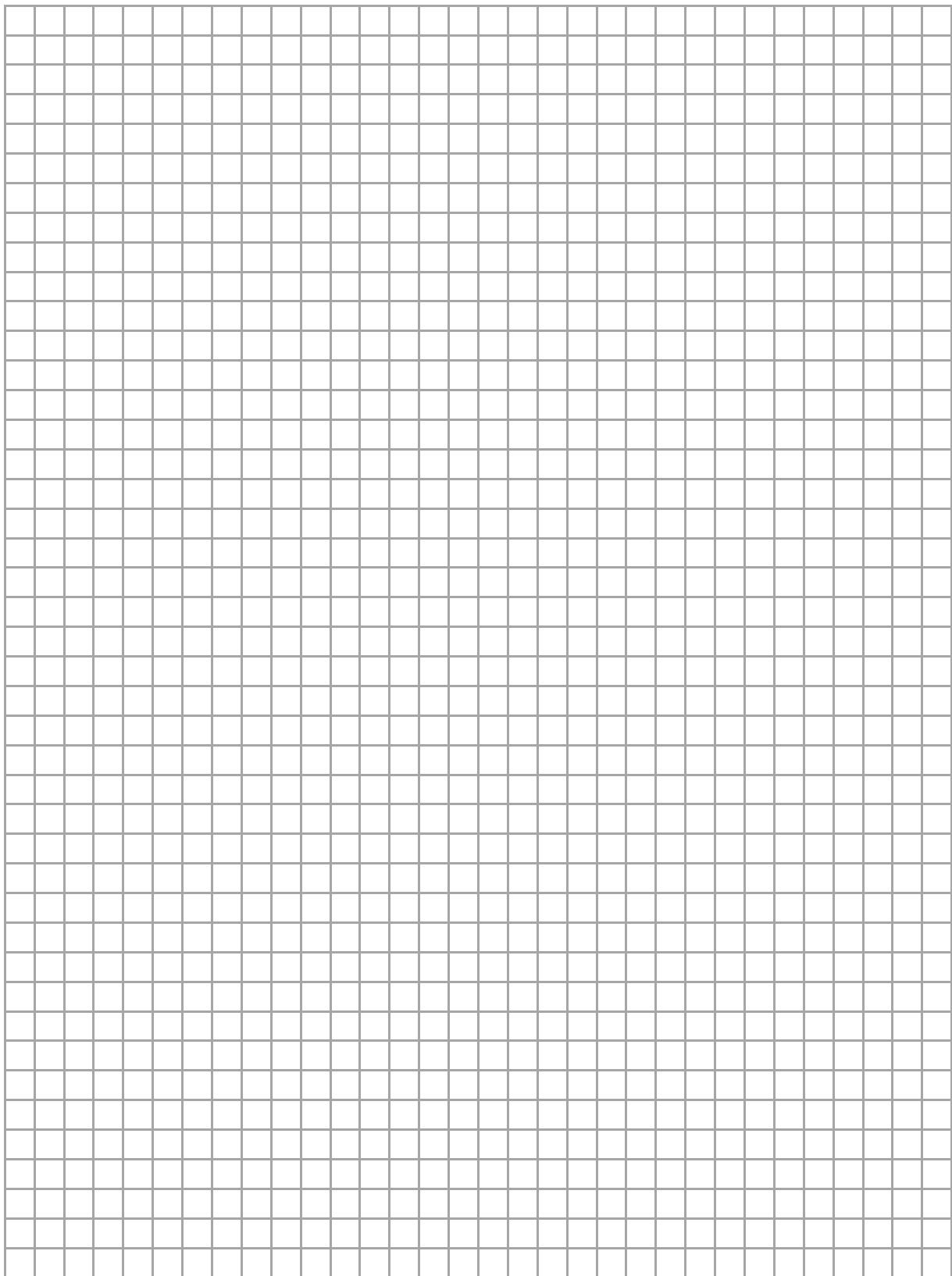
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 7. (0–3)**

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{2x - 1}{1 - x} \leq \frac{2 + 2x}{5x}$$



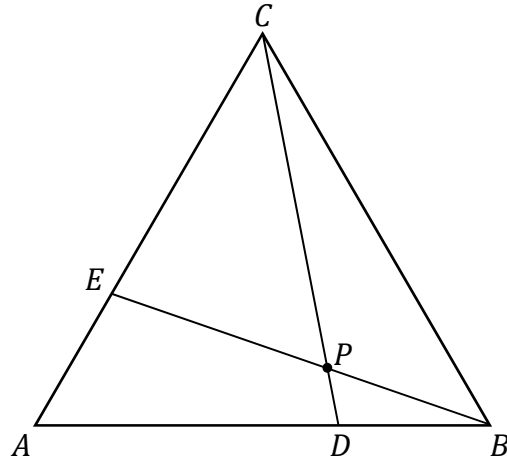


Odpowiedź: .....

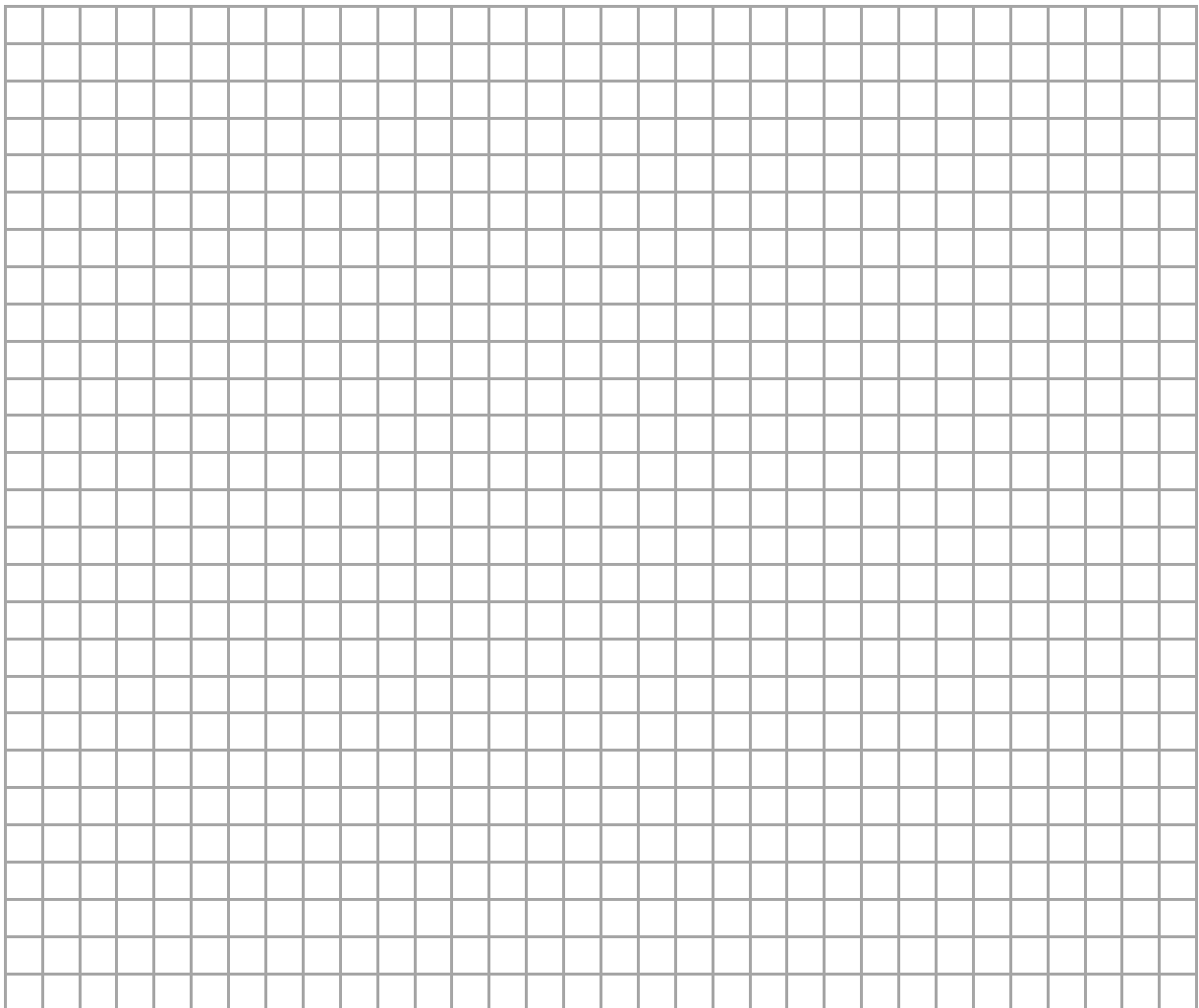
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>7.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 8. (0–3)**

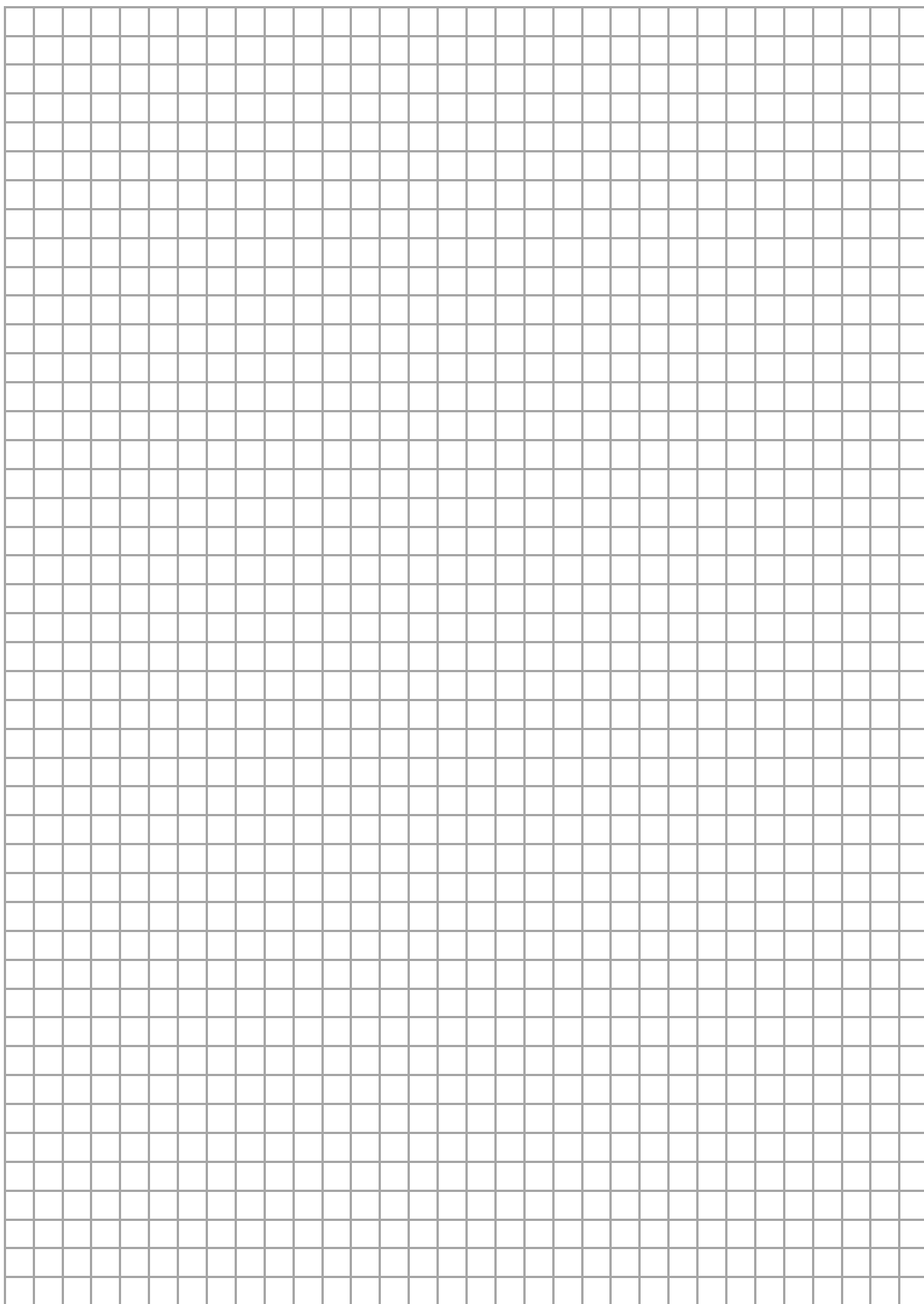
Dany jest trójkąt równoboczny  $ABC$ . Na bokach  $AB$  i  $AC$  wybrano punkty – odpowiednio –  $D$  i  $E$  takie, że  $|BD| = |AE| = \frac{1}{3}|AB|$ . Odcinki  $CD$  i  $BE$  przecinają się w punkcie  $P$  (zobacz rysunek).



Wykaż, że pole trójkąta  $DBP$  jest 21 razy mniejsze od pola trójkąta  $ABC$ .



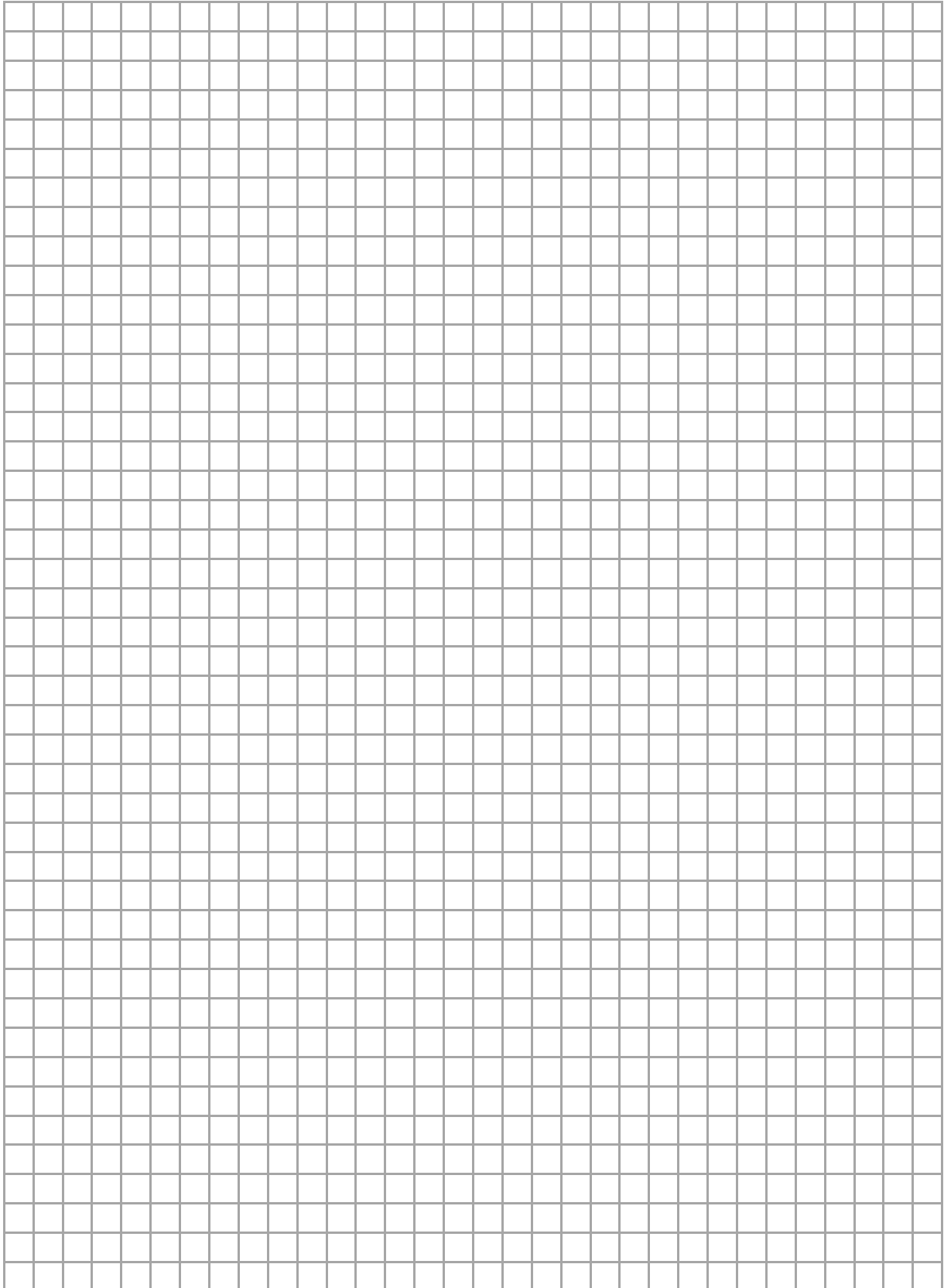


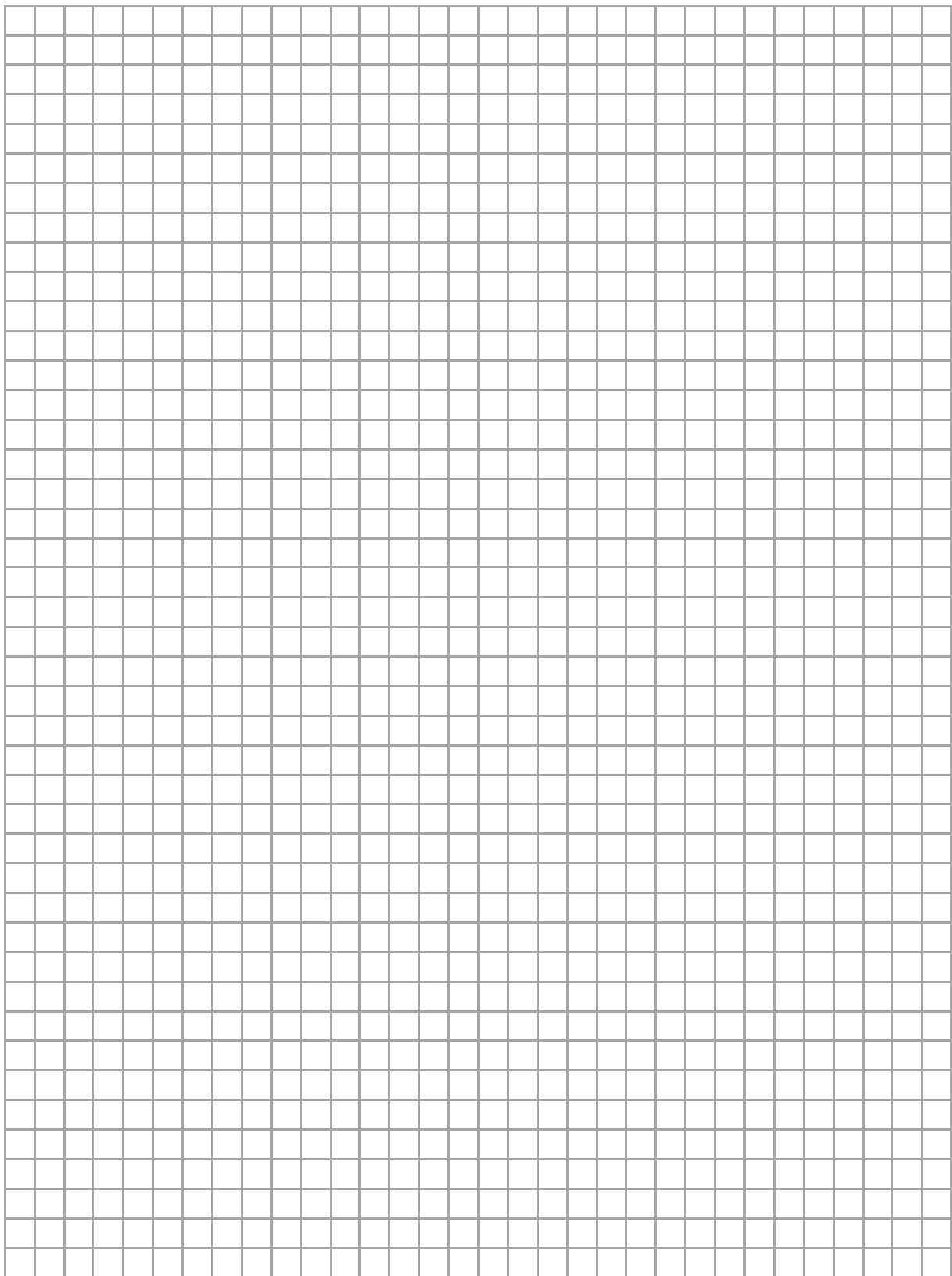


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 9. (0–4)**

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 15, jeśli wiadomo, że jest ona podzielna przez 18.



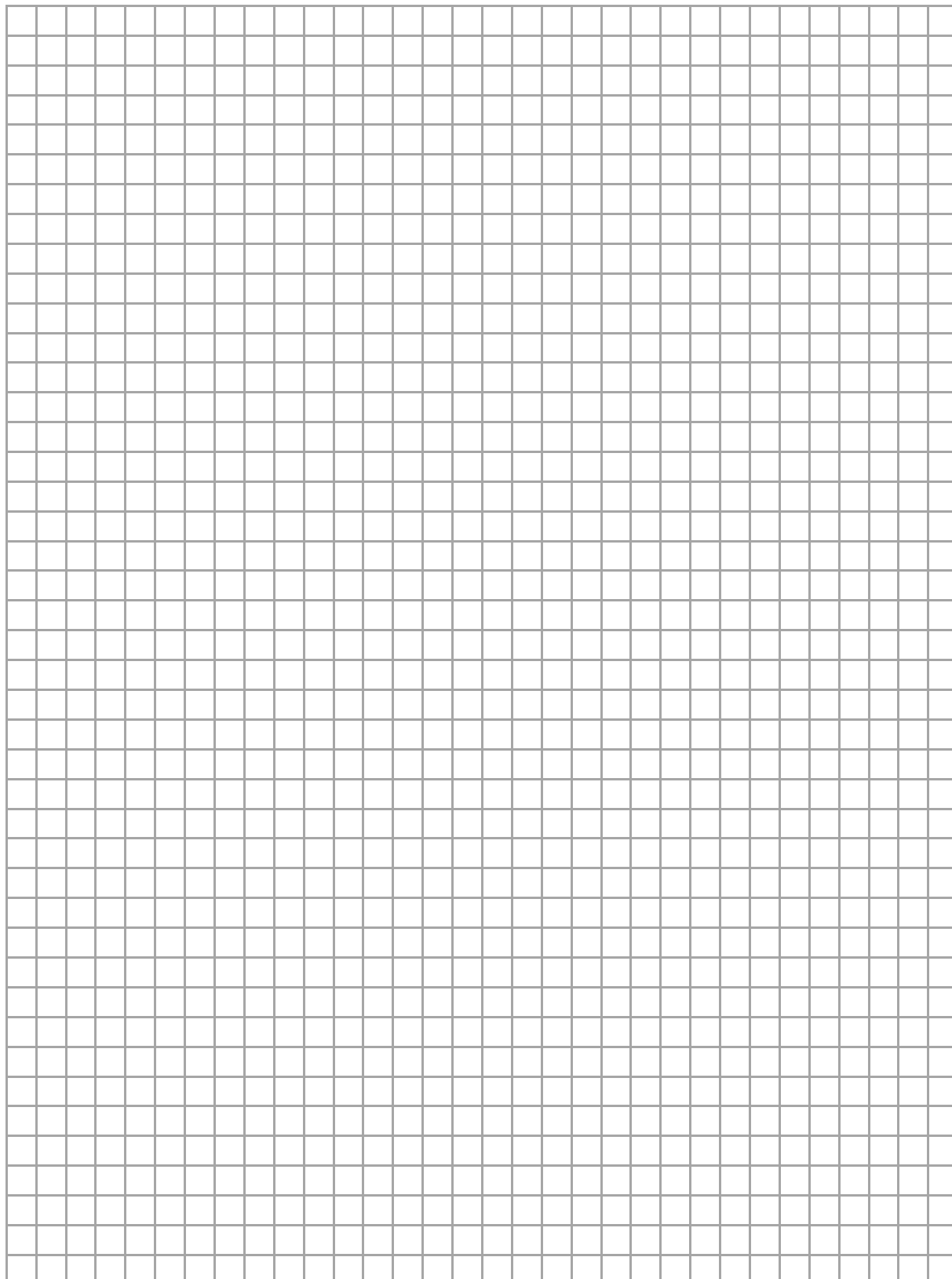


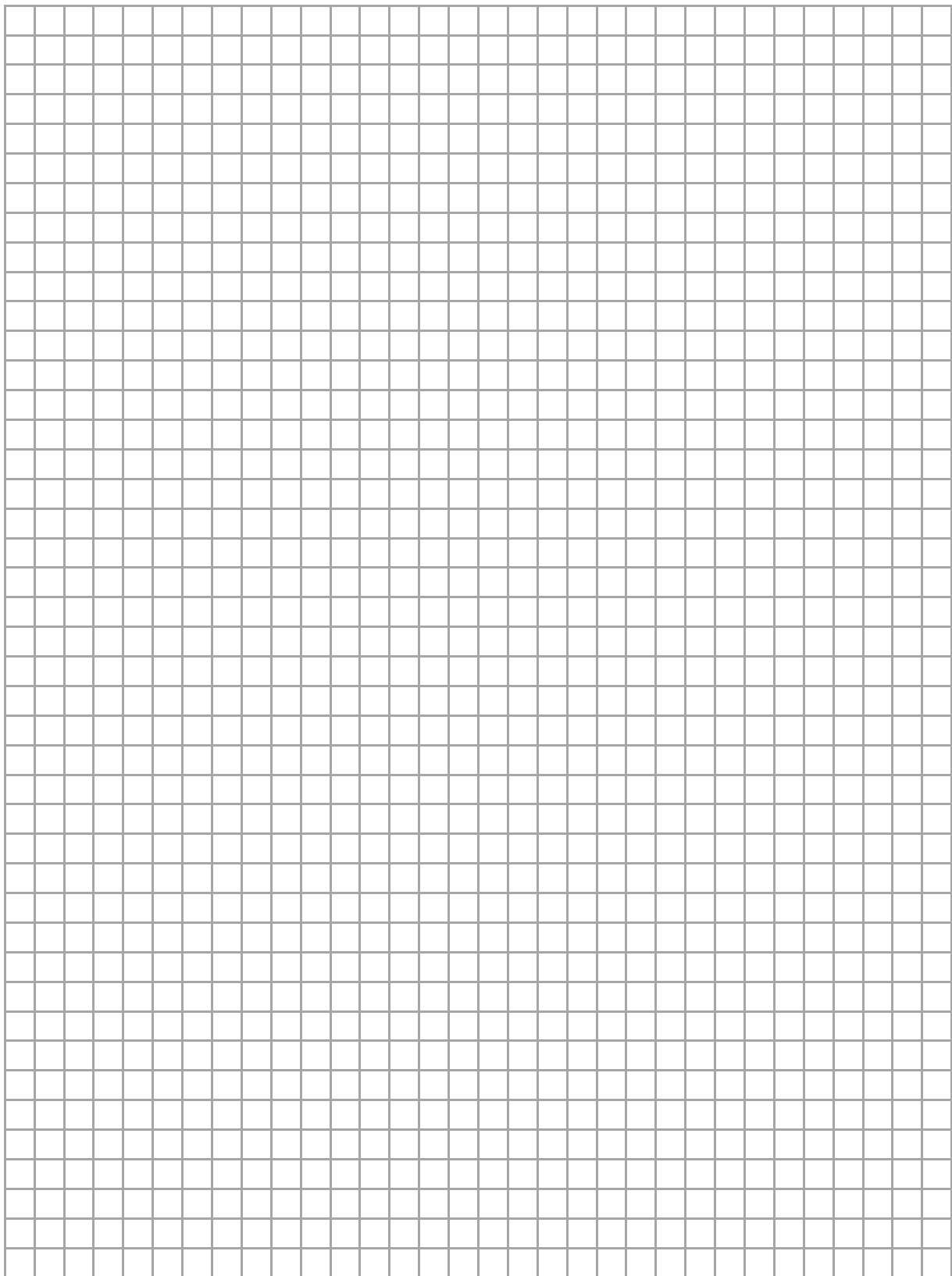
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>9.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 10. (0–4)**

Prosta przechodząca przez punkty  $A = (8, -6)$  i  $B = (5, 15)$  jest styczna do okręgu o środku w punkcie  $O = (0, 0)$ . Oblicz promień tego okręgu i współrzędne punktu styczności tego okręgu z prostą  $AB$ .





Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>10.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

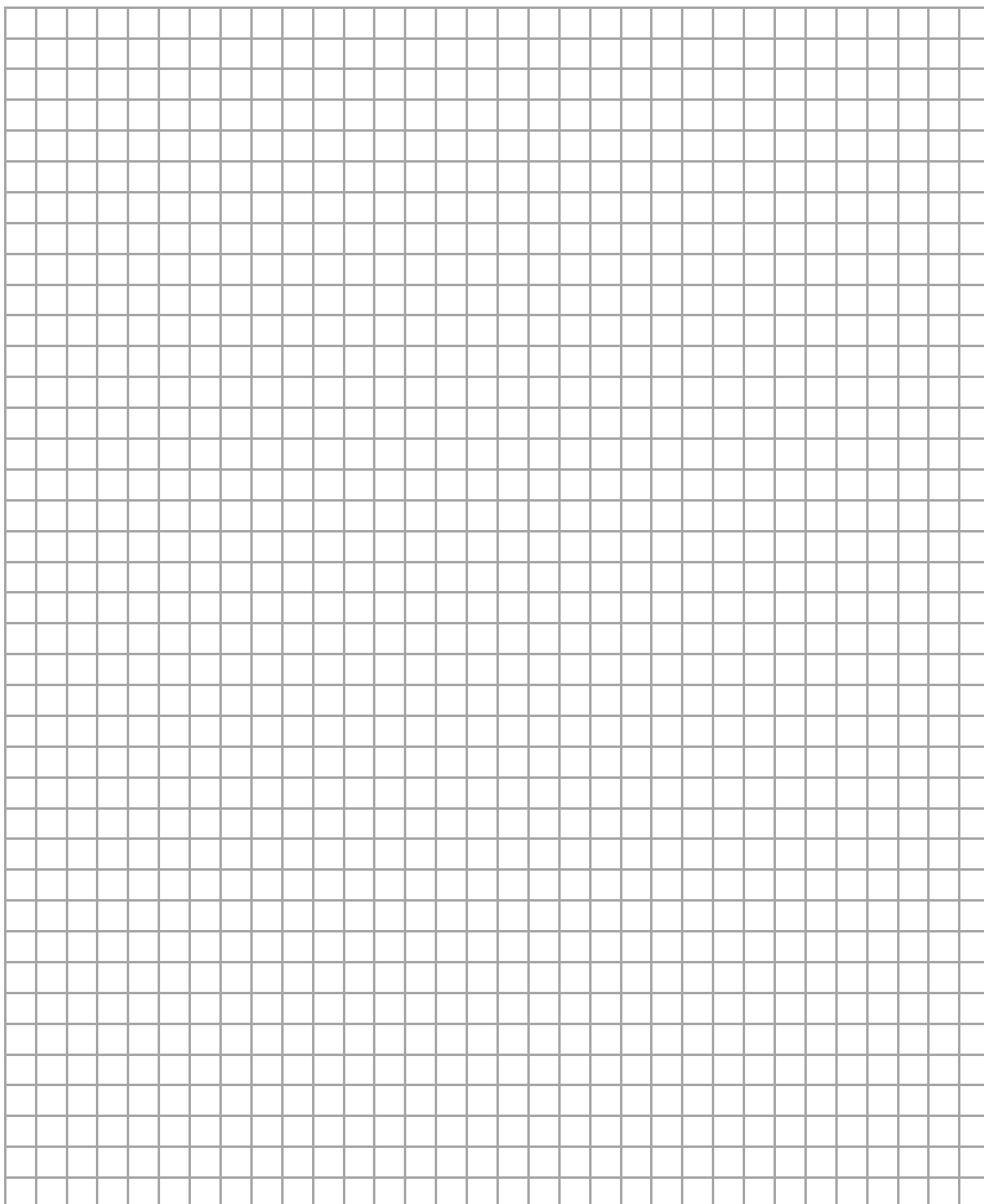
**Zadanie 11. (0–5)**

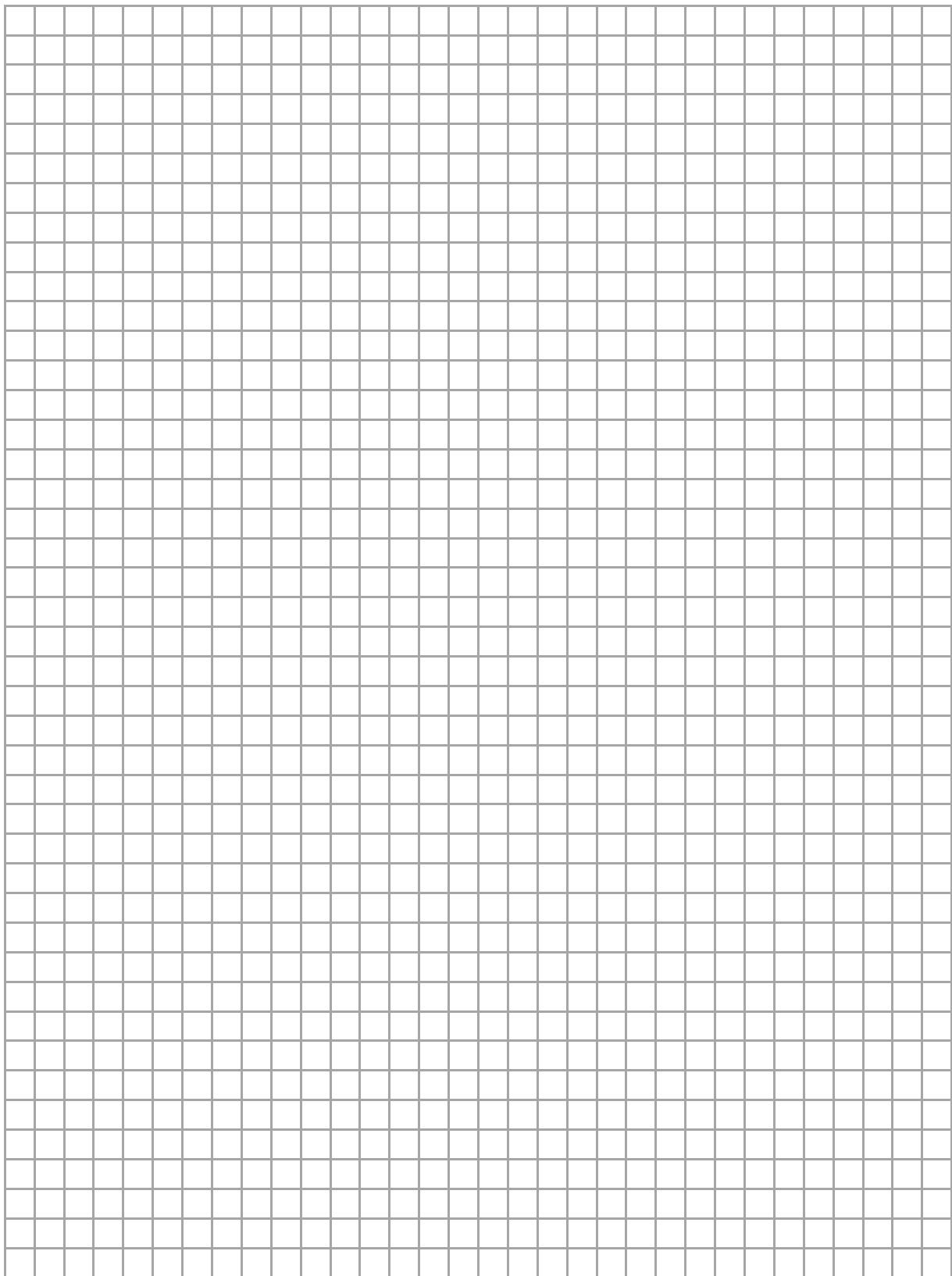
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których trójmian kwadratowy

$$4x^2 - 2(m + 1)x + m$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste  $x_1$  oraz  $x_2$ , spełniające warunki:

$$x_1 \neq 0, \quad x_2 \neq 0 \quad \text{oraz} \quad x_1 + x_2 \leq \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$



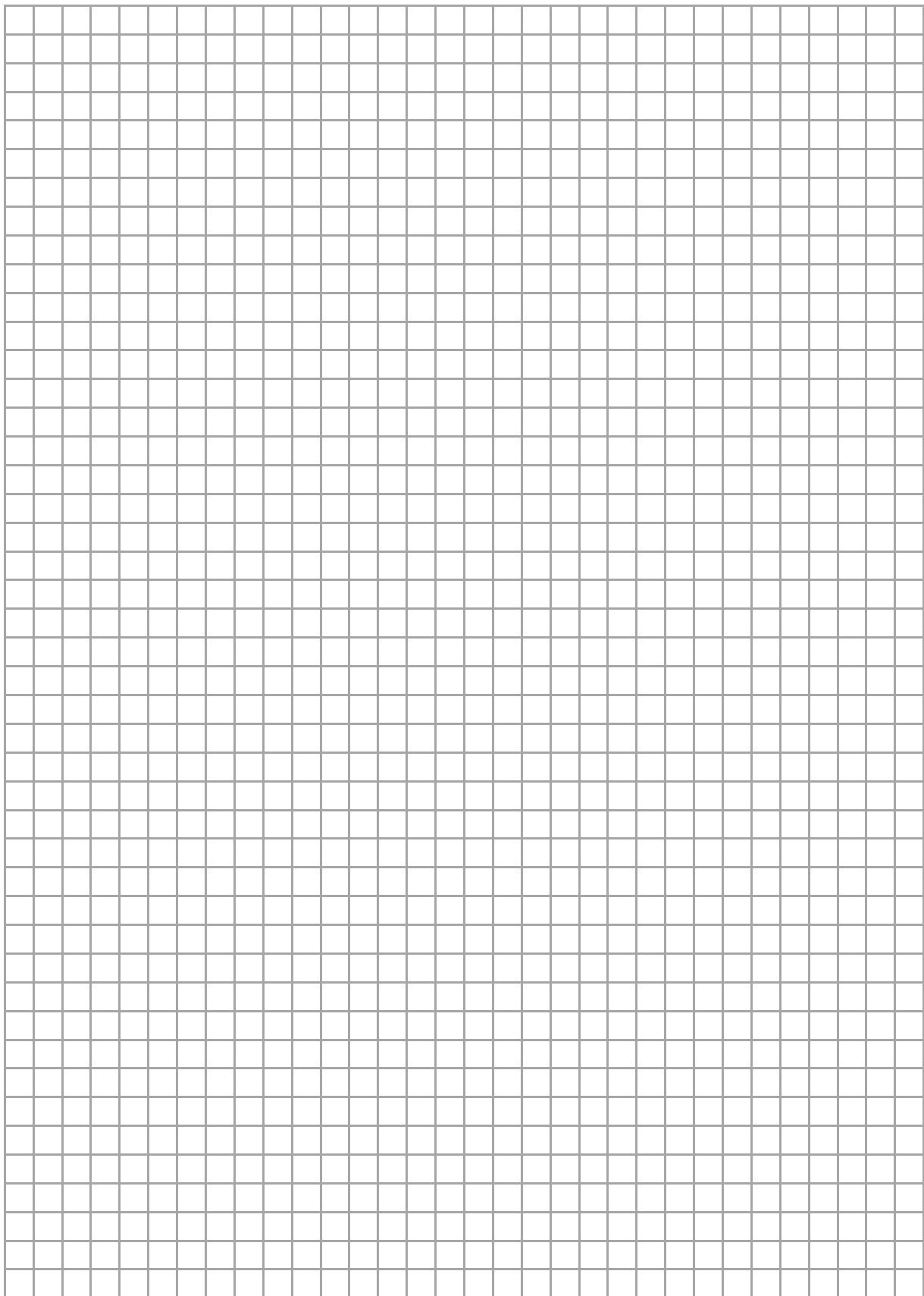


Odpowiedź: .....

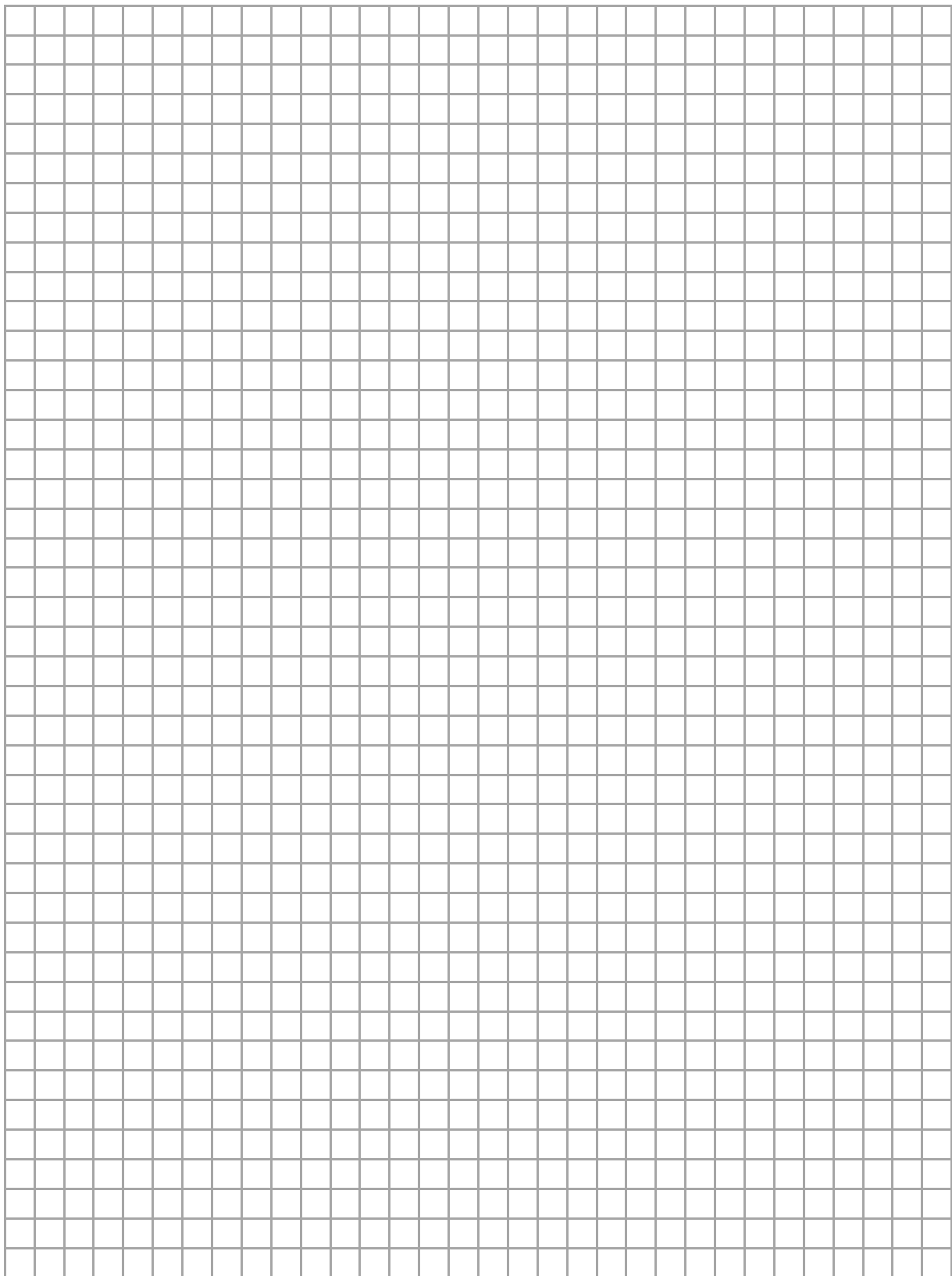
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>11.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 12. (0–5)**

Rozwiąż równanie  $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)$  w przedziale  $\langle 0, \pi \rangle$ .





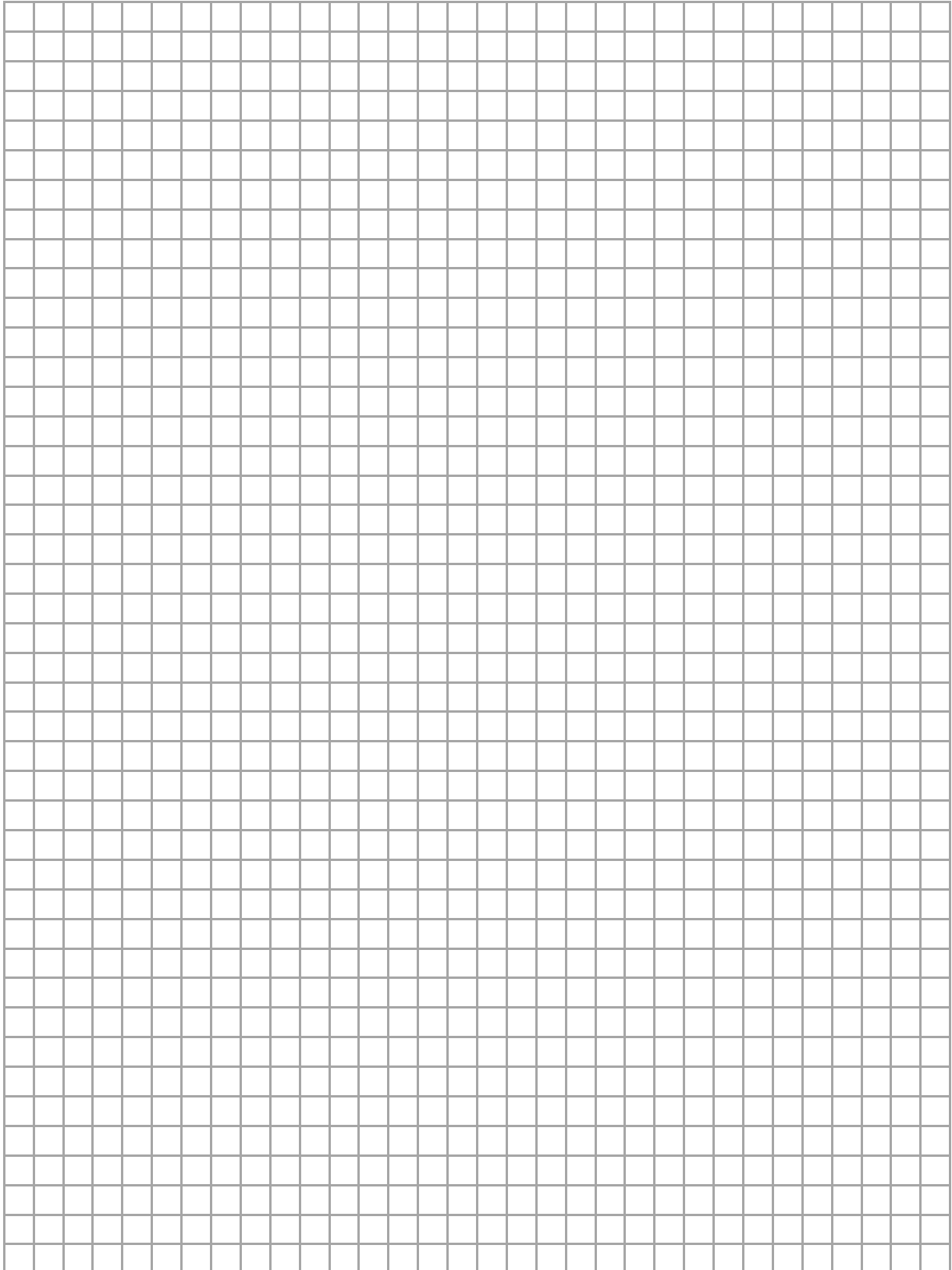


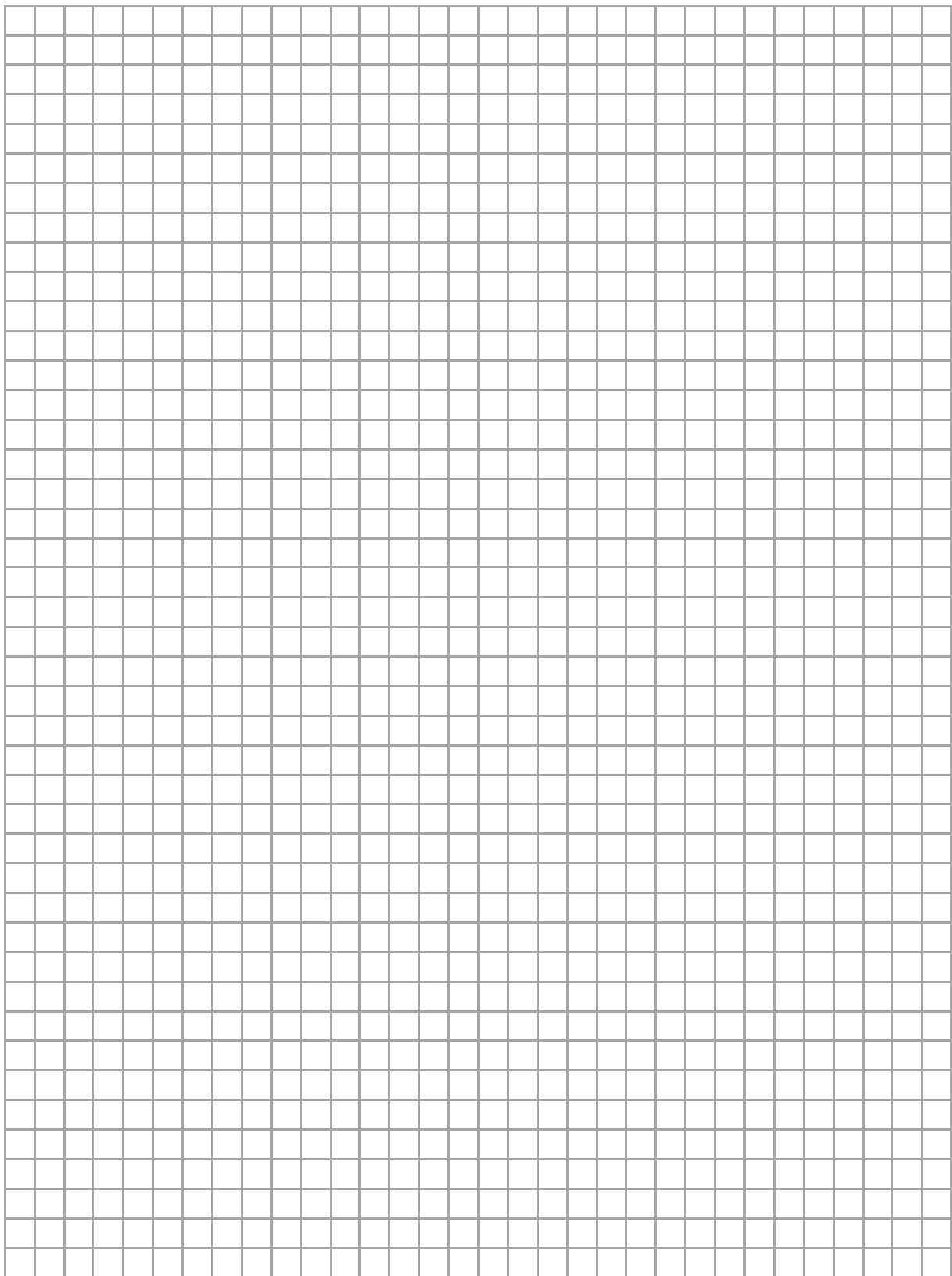
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>12.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 13. (0–4)**

Dany jest trójkąt prostokątny  $ABC$ . Promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest pięć razy krótszy od przeciwprostokątnej tego trójkąta. Oblicz sinus tego z kątów ostrych trójkąta  $ABC$ , który ma większą miarę.





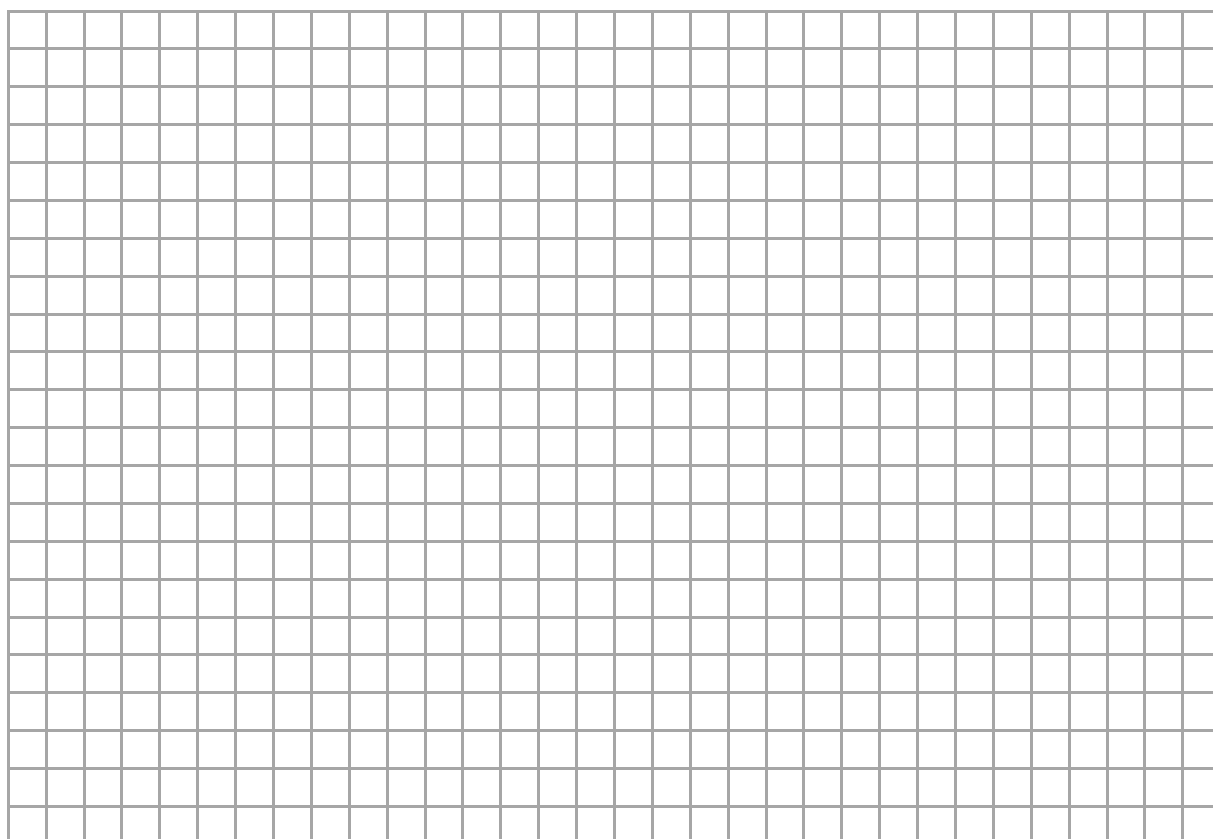
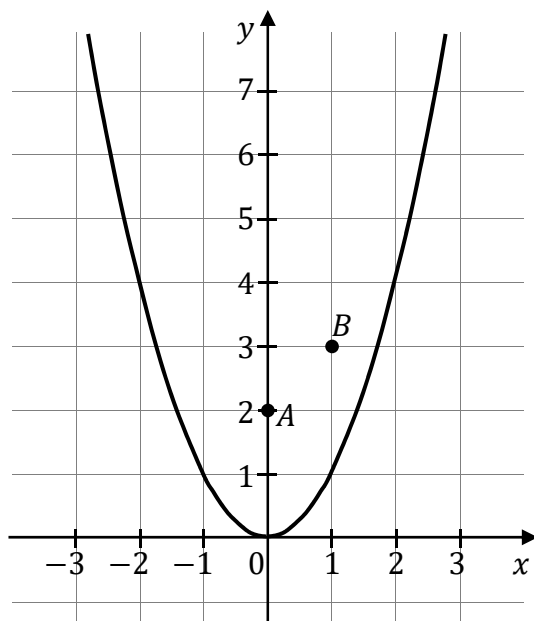
Odpowiedź: .....

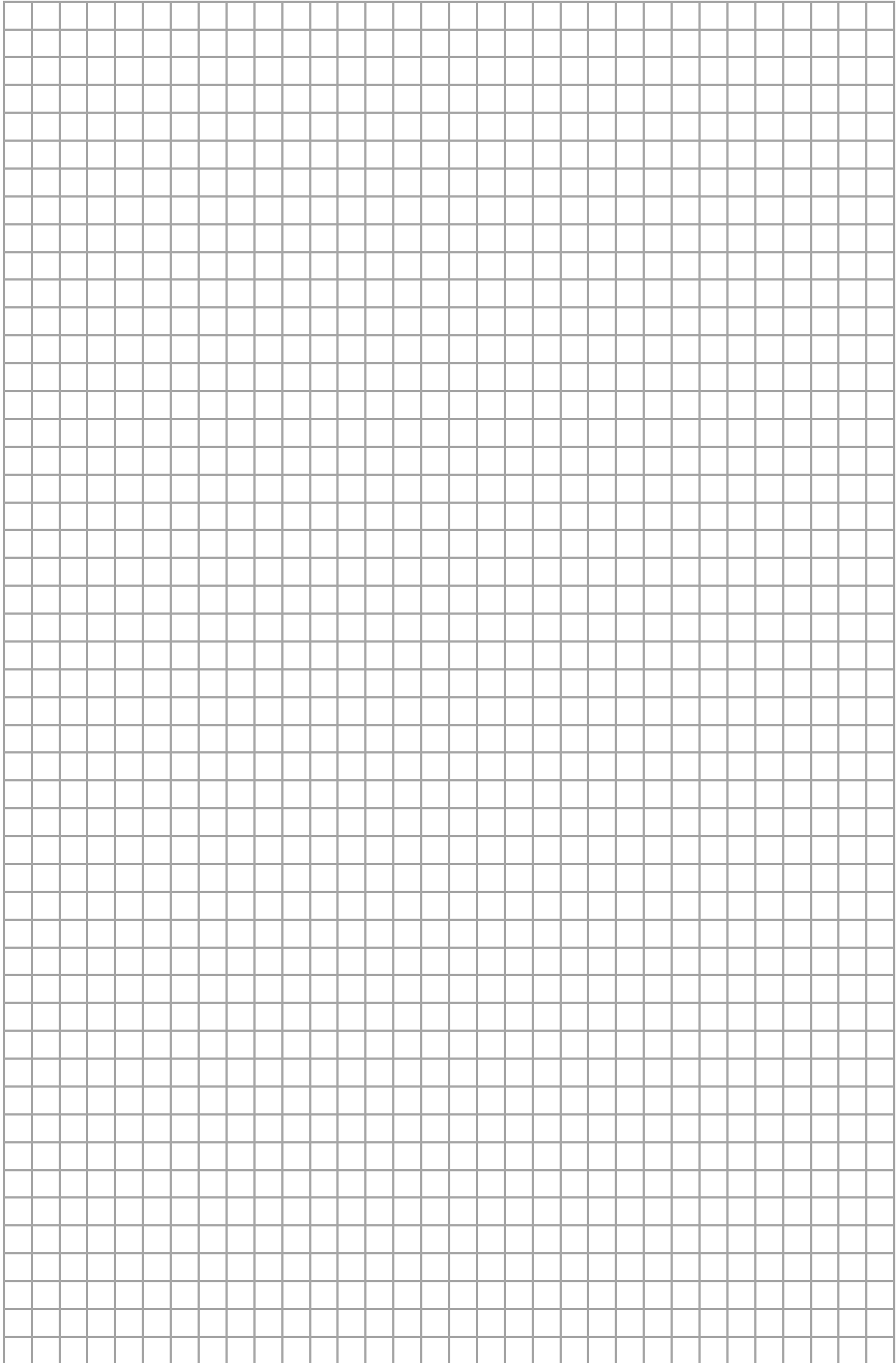
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>13.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

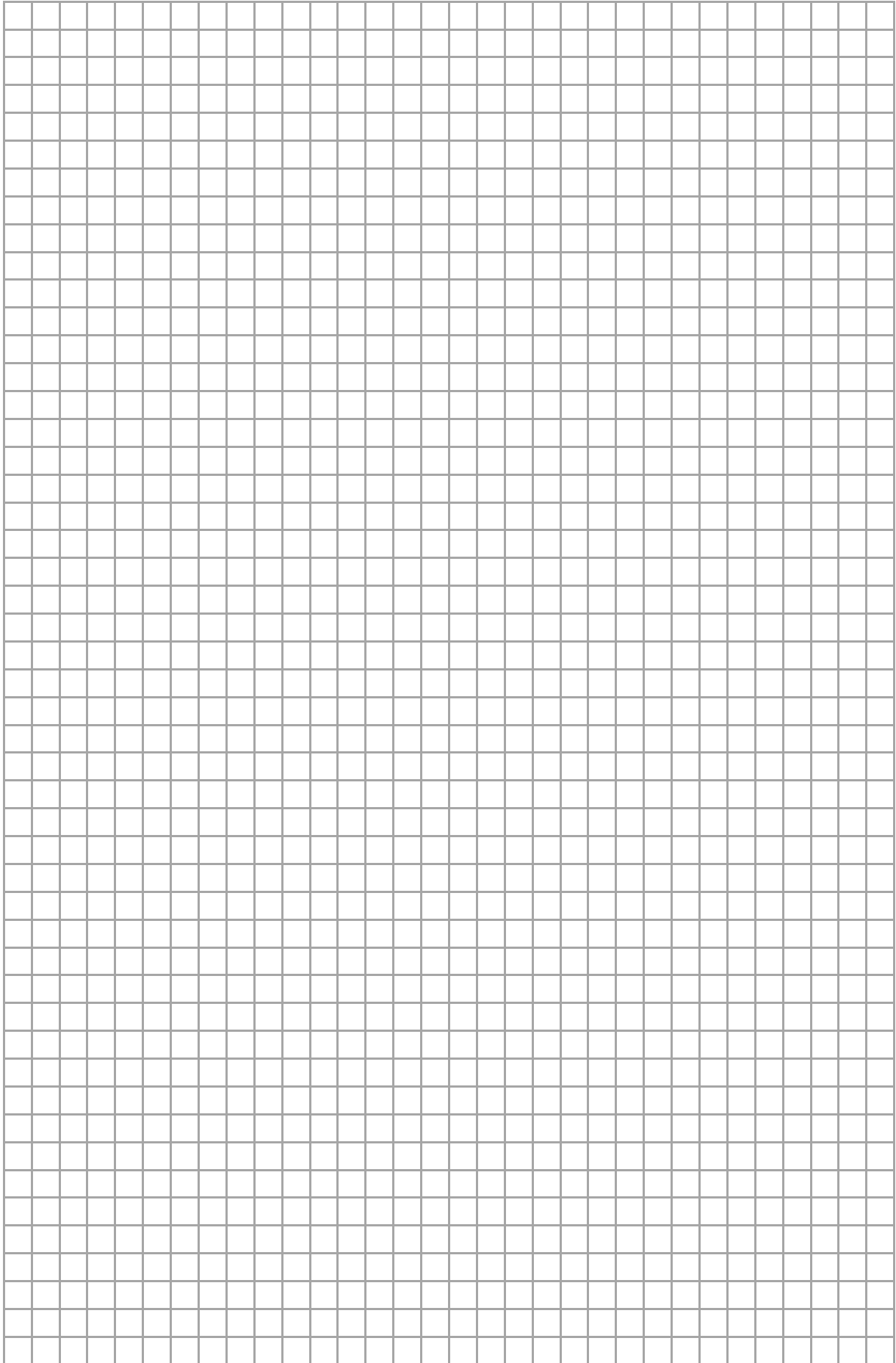
**Zadanie 14. (0–6)**

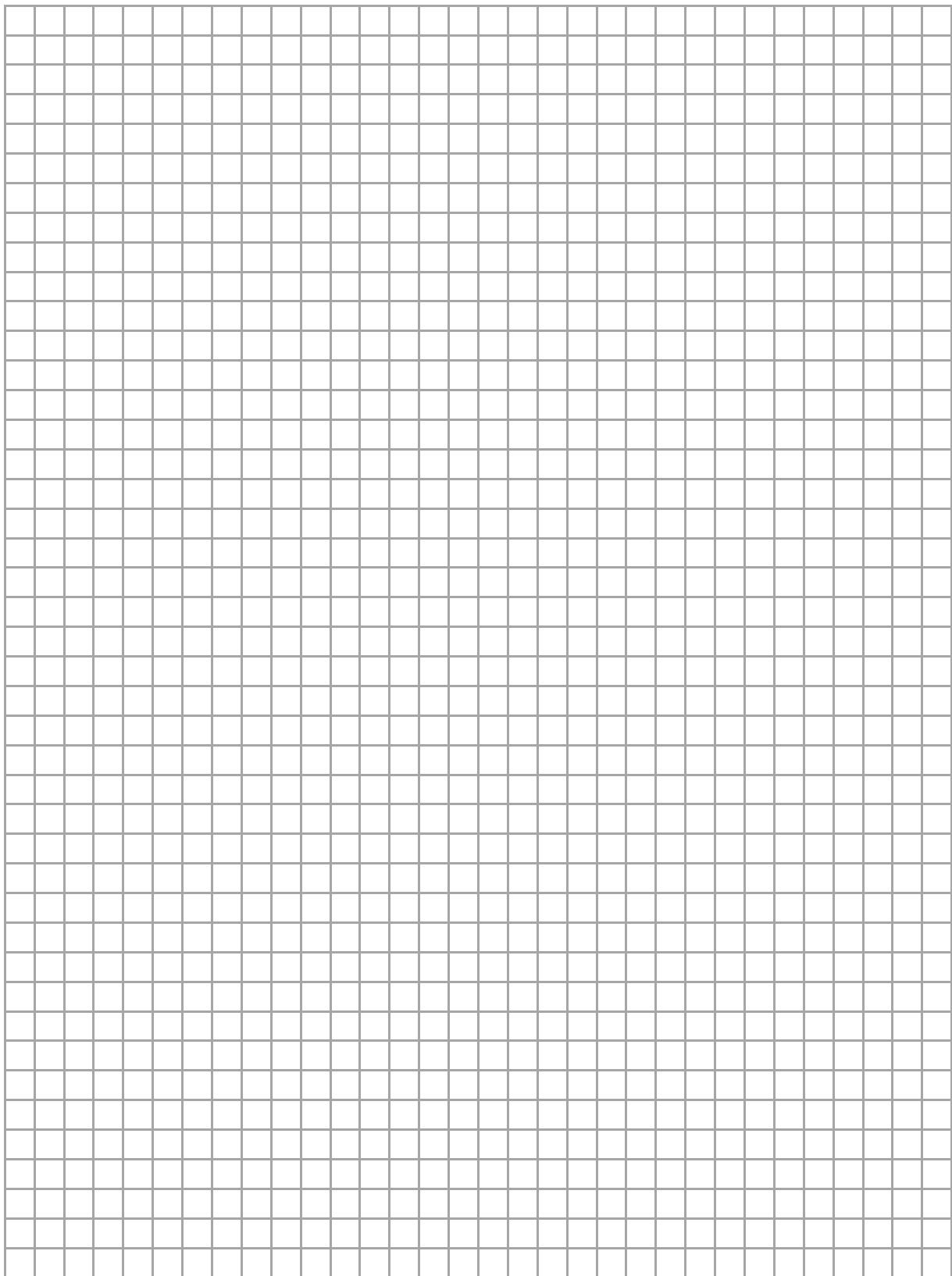
Dane są parabola o równaniu  $y = x^2$  oraz punkty  $A = (0, 2)$  i  $B = (1, 3)$  (zobacz rysunek). Rozpatrujemy wszystkie trójkąty  $ABC$ , których wierzchołek  $C$  leży na tej paraboli. Niech  $m$  oznacza pierwszą współrzędną punktu  $C$ .

- Wyznacz pole  $P$  trójkąta  $ABC$  jako funkcję zmiennej  $m$ .
- Wyznacz wszystkie wartości  $m$ , dla których trójkąt  $ABC$  jest ostrokątny.









Odpowiedź: .....

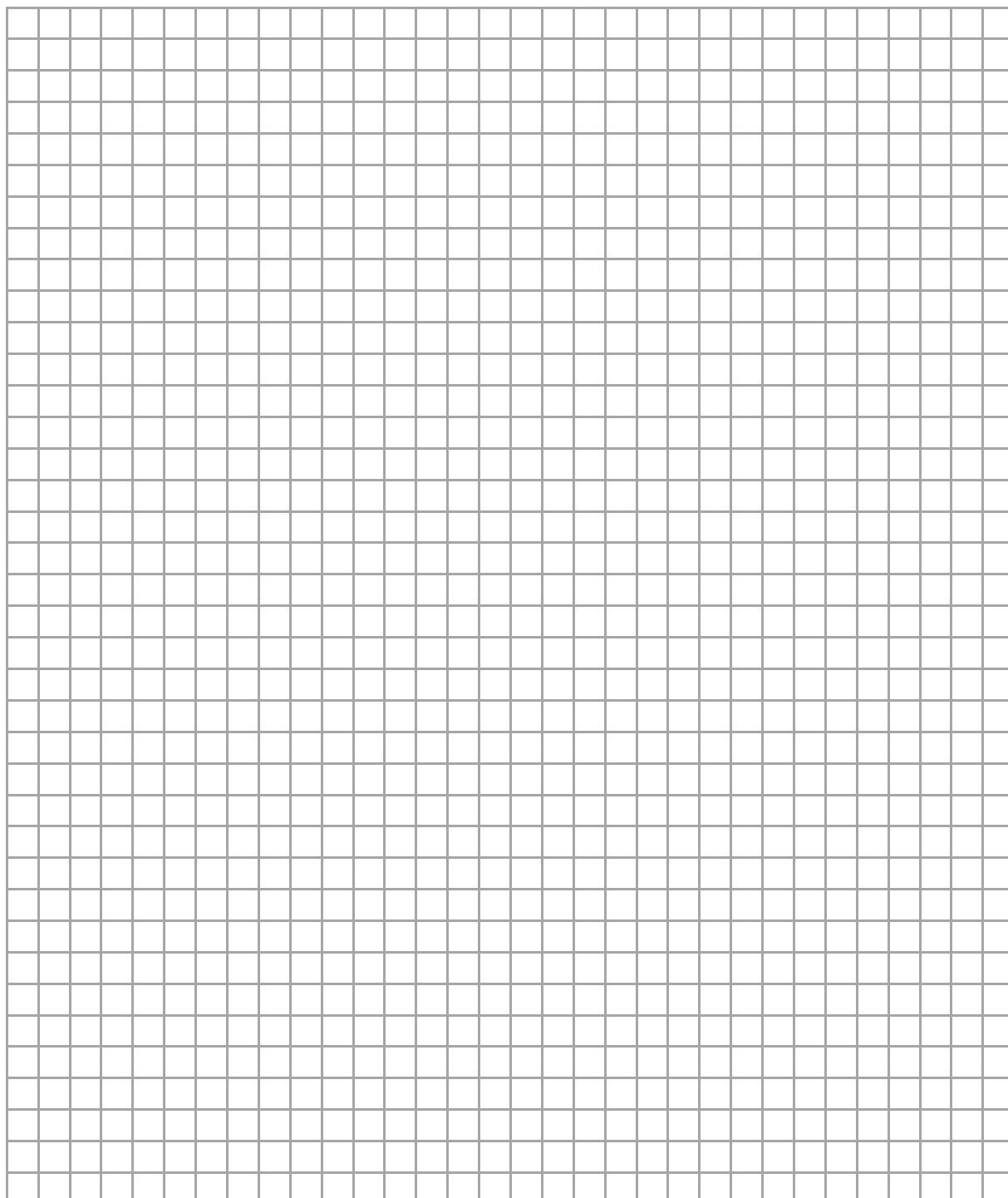
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>14.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 15. (0–7)**

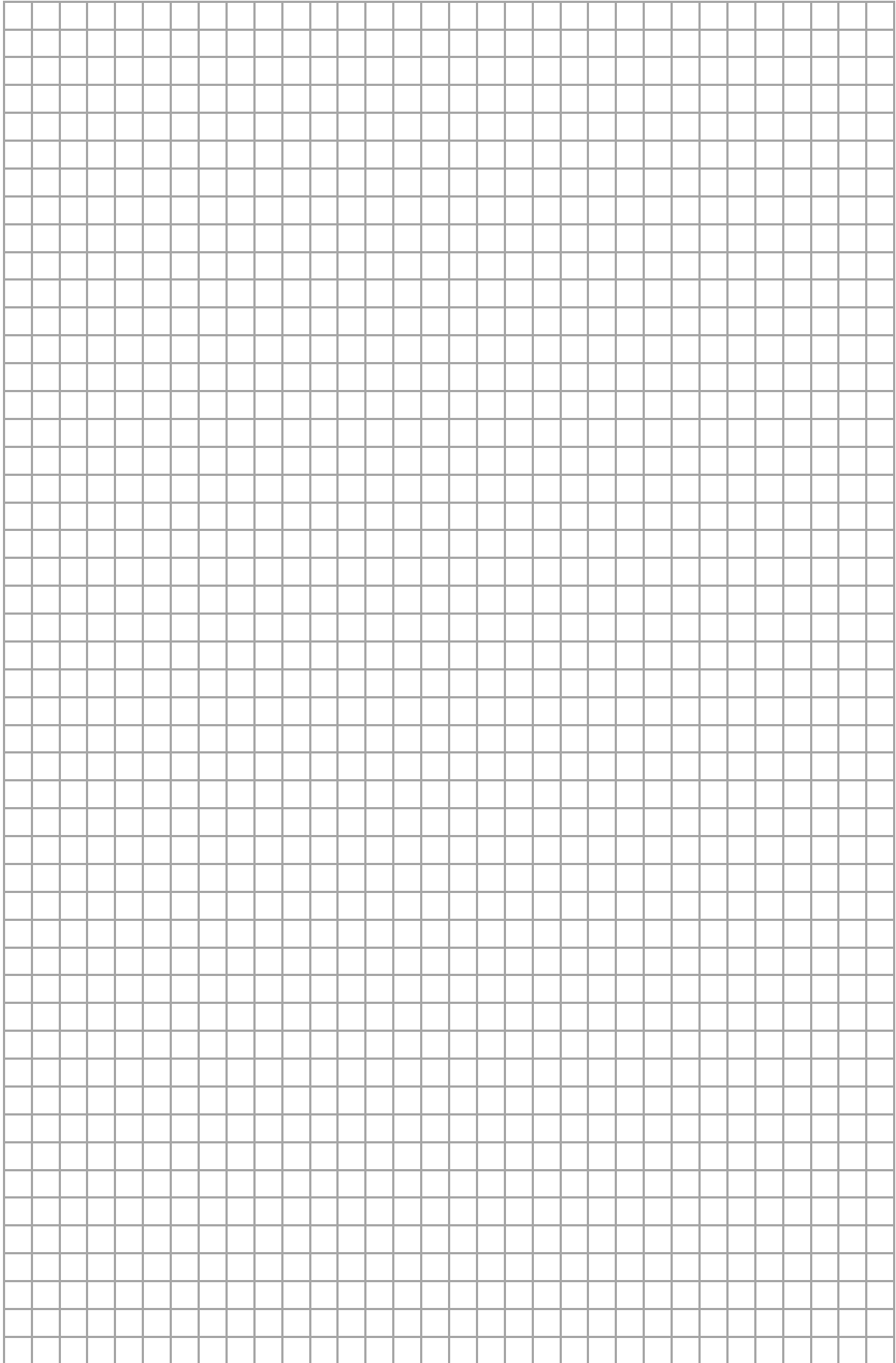
Pewien zakład otrzymał zamówienie na wykonanie prostopadłościennego zbiornika (całkowicie otwartego od góry) o pojemności  $144 \text{ m}^3$ . Dno zbiornika ma być kwadratem. Żaden z wymiarów zbiornika (krawędzi prostopadłościanu) nie może przekraczać 9 metrów. Całkowity koszt wykonania zbiornika ustalono w następujący sposób:

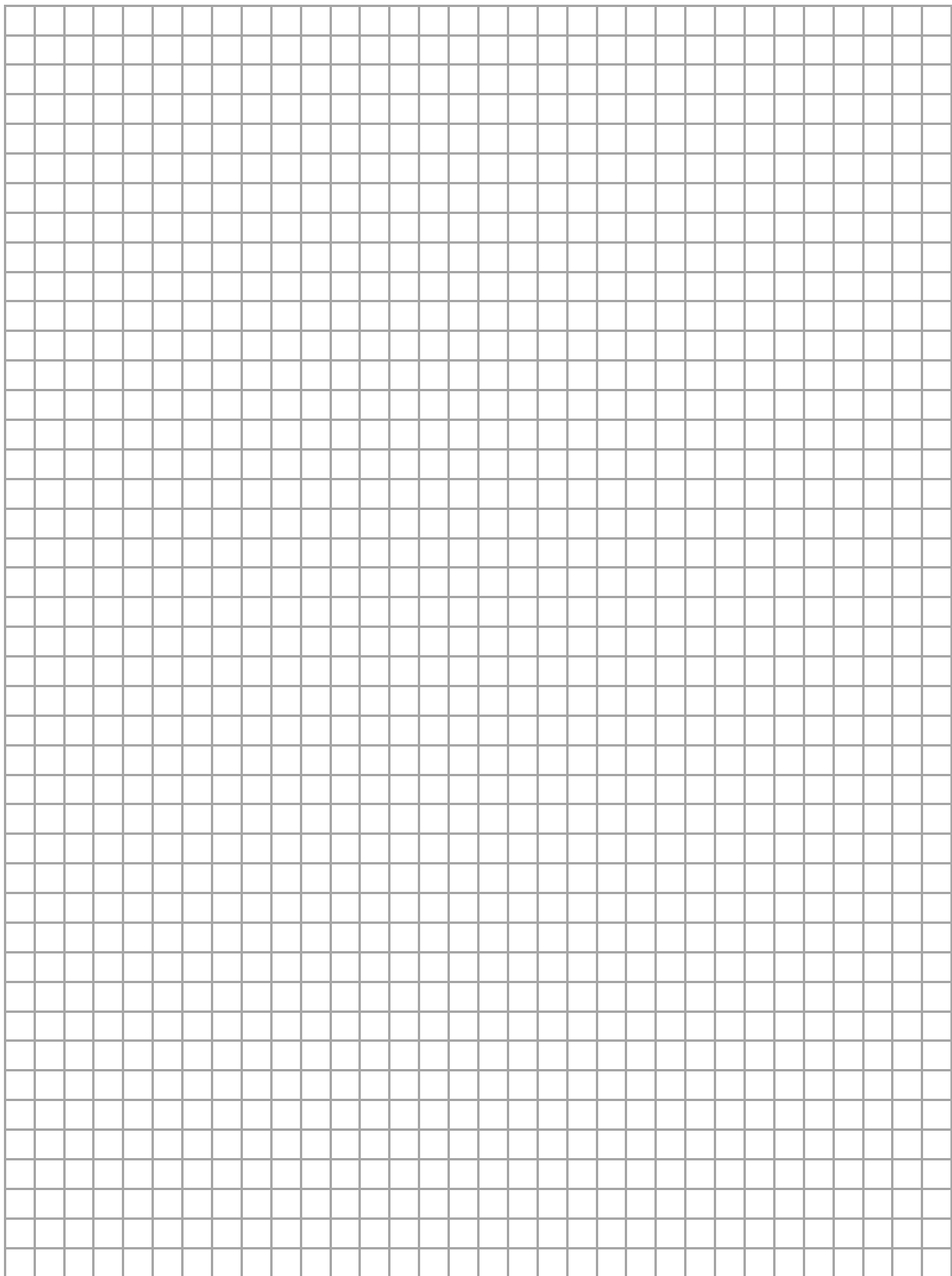
- 100 zł za  $1 \text{ m}^2$  dna
- 75 zł za  $1 \text{ m}^2$  ściany bocznej.

Oblicz wymiary zbiornika, dla którego tak ustalony koszt wykonania będzie najmniejszy.









Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>15.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>7</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

