CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

MMA 2020

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **7 maja 2020 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania kryteriów oceniania
- nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-202

MMA 2020

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wielomian W określony wzorem $W(x) = x^{2019} - 3x^{2000} + 2x + 6$

A. jest podzielny przez $(x-1)$ i z dzielenia przez $(x+1)$ daje resztę równą 6.

B. jest podzielny przez $(x+1)$ i z dzielenia przez $(x-1)$ daje resztę równą 6.

C. jest podzielny przez $(x-1)$ i jest podzielny przez $(x+1)$.

D. nie jest podzielny ani przez $(x-1)$, ani przez $(x+1)$.

Zadanie 2. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \dfrac{3n^2 + 7n - 5}{11 - 5n + 5n^2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
Granica tego ciągu jest równa

A. 3 **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $-\frac{5}{11}$

Zadanie 3. (0–1)

Mamy dwie urny. W pierwszej są 3 kule białe i 7 kul czarnych, w drugiej jest jedna kula biała i 9 kul czarnych. Rzucamy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek, od jednego oczka do sześciu oczek. Jeśli w wyniku rzutu otrzymamy ściankę z jednym oczkiem, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, w przeciwnym przypadku – losujemy jedną kulę z drugiej urny. Wtedy prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

A. $\frac{2}{15}$ **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** $\frac{13}{15}$

Zadanie 4. (0–1)

Po przekształceniu wyrażenia algebraicznego $\left(x\sqrt{2} + y\sqrt{3}\right)^4$ do postaci $ax^4 + bx^3y + cx^2y^2 + dxy^3 + ey^4$ współczynnik c jest równy

A. 6 **B.** 36 **C.** $8\sqrt{6}$ **D.** $12\sqrt{6}$

BRUDNOPIS

Zadanie 5. (0–2)

W trójkącie ABC bok AB jest 3 razy dłuższy od boku AC, a długość boku BC stanowi $\frac{4}{5}$ długości boku AB. Oblicz cosinus najmniejszego kąta trójkąta ABC.

W kratki poniżej wpisz kolejno – od lewej do prawej – pierwszą, drugą oraz trzecią cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)

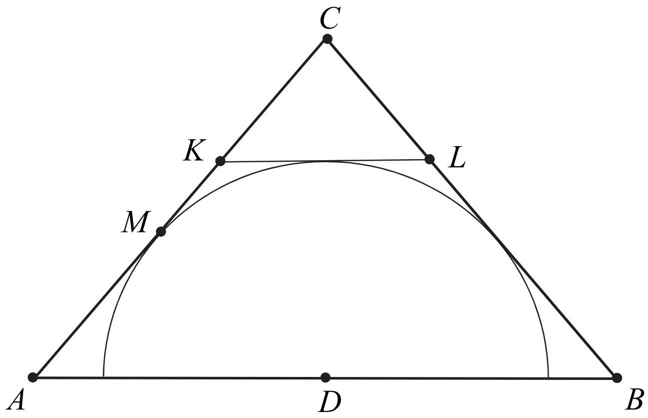
Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których równanie $|x-5|=(a-1)^2-4$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.
	Maks. liczba pkt	2	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 7. (0–3)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC| = 6$, a punkt D jest środkiem podstawy AB. Okrąg o środku D jest styczny do prostej AC w punkcie M. Punkt K leży na boku AC, punkt L leży na boku BC, odcinek KL jest styczny do rozważanego okręgu oraz $|KC| = |LC| = 2$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że $\dfrac{|AM|}{|MC|} = \dfrac{4}{5}$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 8. (0–3)

Liczby dodatnie a i b spełniają równość $a^2 + 2a = 4b^2 + 4b$. Wykaż, że $a = 2b$.

Zadanie 9. (0–4)

Rozwiąż równanie $3\cos 2x + 10\cos^2 x = 24\sin x - 3$ dla $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–5)

W trzywyrazowym ciągu geometrycznym (a_1, a_2, a_3) spełniona jest równość $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{21}{4}$.

Wyrazy a_1, a_2, a_3 są – odpowiednio – czwartym, drugim i pierwszym wyrazem rosnącego ciągu arytmetycznego. Oblicz a_1.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 11. (0–4)

Dane jest równanie kwadratowe $x^2-(3m+2)x+2m^2+7m-15=0$ z niewiadomą x. Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których różne rozwiązania x_1 i x_2 tego równania istnieją i spełniają warunek

$$2x_1^2+5x_1x_2+2x_2^2=2 .$$

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (0–5)

Prosta o równaniu $x+y-10=0$ przecina okrąg o równaniu $x^2+y^2-8x-6y+8=0$ w punktach K i L. Punkt S jest środkiem cięciwy KL. Wyznacz równanie obrazu tego okręgu w jednokładności o środku S i skali $k=-3$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–4)
Oblicz, ile jest wszystkich siedmiocyfrowych liczb naturalnych, w których zapisie dziesiętnym występują dokładnie trzy cyfry 1 i dokładnie dwie cyfry 2.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)

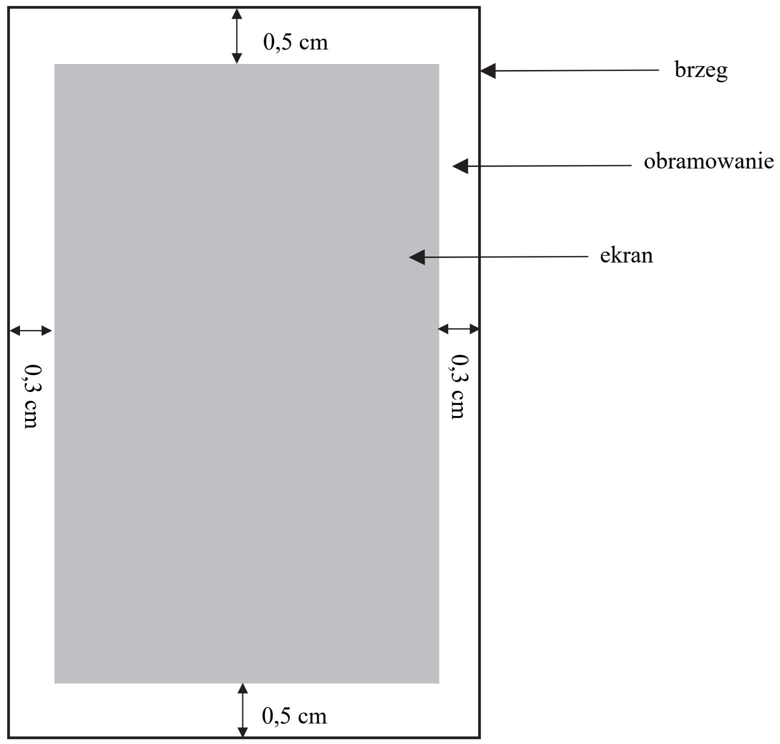
Podstawą ostrosłupa czworokątnego $ABCDS$ jest trapez $ABCD$ $(AB \parallel CD)$. Ramiona tego trapezu mają długości $|AD| = 10$ i $|BC| = 16$, a miara kąta ABC jest równa 30°. Każda ściana boczna tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt α, taki, że $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{9}{2}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Odpowiedź: ....

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>14.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 15. (0–7)

Należy zaprojektować wymiary prostokątnego ekranu smartfona, tak aby odległości tego ekranu od krótszych brzegów smartfona były równe 0,5 cm każda, a odległości tego ekranu od dłuższych brzegów smartfona były równe 0,3 cm każda (zobacz rysunek – ekran zaznaczono kolorem szarym). Sam ekran ma mieć powierzchnię 60 cm^2. Wyznacz takie wymiary ekranu smartfona, przy których powierzchnia ekranu wraz z obramowaniem jest najmniejsza.



Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***