

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

LISTOPAD
2017

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–8.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (9.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

KOD
ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Równanie $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + x - m) = 0$ ma cztery różne rozwiązania. Zatem zbiór wszystkich liczb m to:

A. $\left(-\frac{1}{4}, +\infty\right)$

B. $\left(-\frac{1}{4}, +\infty\right) \setminus \{2, 6\}$

C. $\left(-\frac{1}{4}, +\infty\right) \setminus \{-2, 6\}$

D. $\left(-\frac{1}{4}, +\infty\right)$

Zadanie 2. (0–1)

Liczbę naturalną n można zapisać w postaci $n = x^4 y^2$, gdzie x, y są liczbami pierwszymi. Zatem liczba różnych dzielników naturalnych liczby n jest równa:

A. 15

B. 13

C. 10

D. 8

Zadanie 3. (0–1)

Liczba rozwiązań równania $\sqrt{(2x^2 + 1)^2} = 3$ jest równa:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Zadanie 4. (0–1)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $(x - 1)$ jest równa 4, a reszta z dzielenia tego wielomianu przez $(x + 3)$ jest równa (-16) . Wynika stąd, że reszta z dzielenia tego wielomianu przez $(x - 1) \cdot (x + 3)$ jest równa:

A. $5x + 1$

B. $-5x + 1$

C. $5x - 1$

D. $-5x - 1$

Zadanie 5. (0–1)

Jeśli w ostrosłupie czworokątnym podstawą jest kwadrat i jedna z krawędzi bocznych o długości boku tego kwadratu jest prostopadła do płaszczyzny podstawy ostrosłupa, to sinus kąta między ścianami bocznymi nieprostopadłymi do płaszczyzny podstawy jest równy:

A. $-\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



Zadanie 8. (0–2)

Dany jest okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 14x + 6y + 54 = 0$. Prosta l o równaniu $y = -\frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$ przecina ten okrąg w punktach A, B . Oblicz długość cięciwy AB . Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--



Zadanie 9. (0–3)

Wykaż, że nie istnieje styczna do hiperboli o równaniu $y = \frac{4x}{x-3}$ prostopadła do prostej l o równaniu $2x + 4y - 1 = 0$.



Zadanie 10. (0–4)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4}$. Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.



Odpowiedź:


Zadanie 11. (0–2)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) zbieżny o pierwszym wyrazie dodatnim. Wykaż, że suma wszystkich wyrazów tego ciągu o numerach nieparzystych jest większa lub równa od czterokrotności trzeciego wyrazu ciągu (a_n) .



Zadanie 12. (0–3)

Rozwiąż nierówność $4\cos^2 2x - 3 < 0$ dla $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–4)

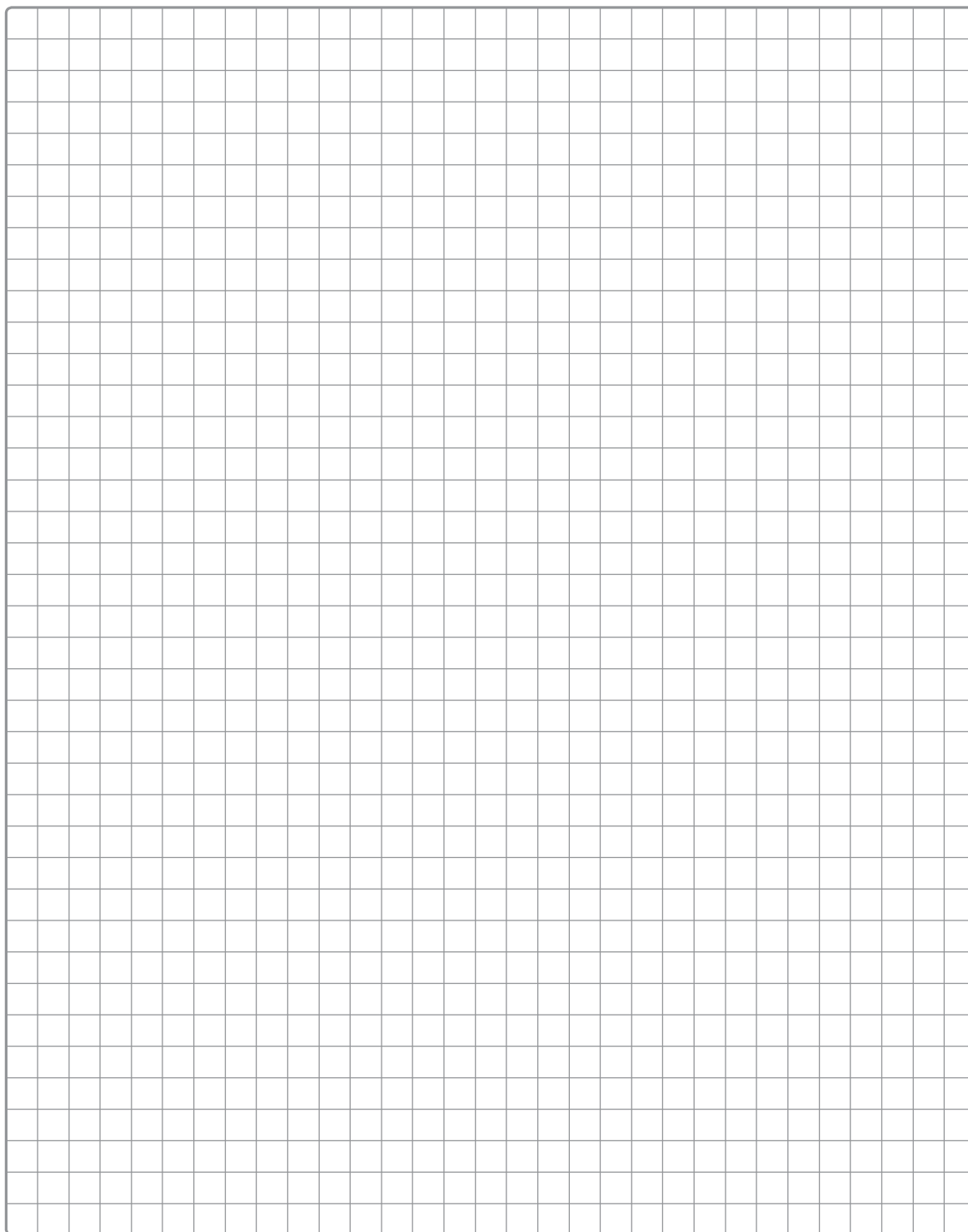
Wyznacz liczbę dwudziestocyfrowych liczb, których suma cyfr jest równa 4.



Odpowiedź:

Zadanie 14. (0–4)

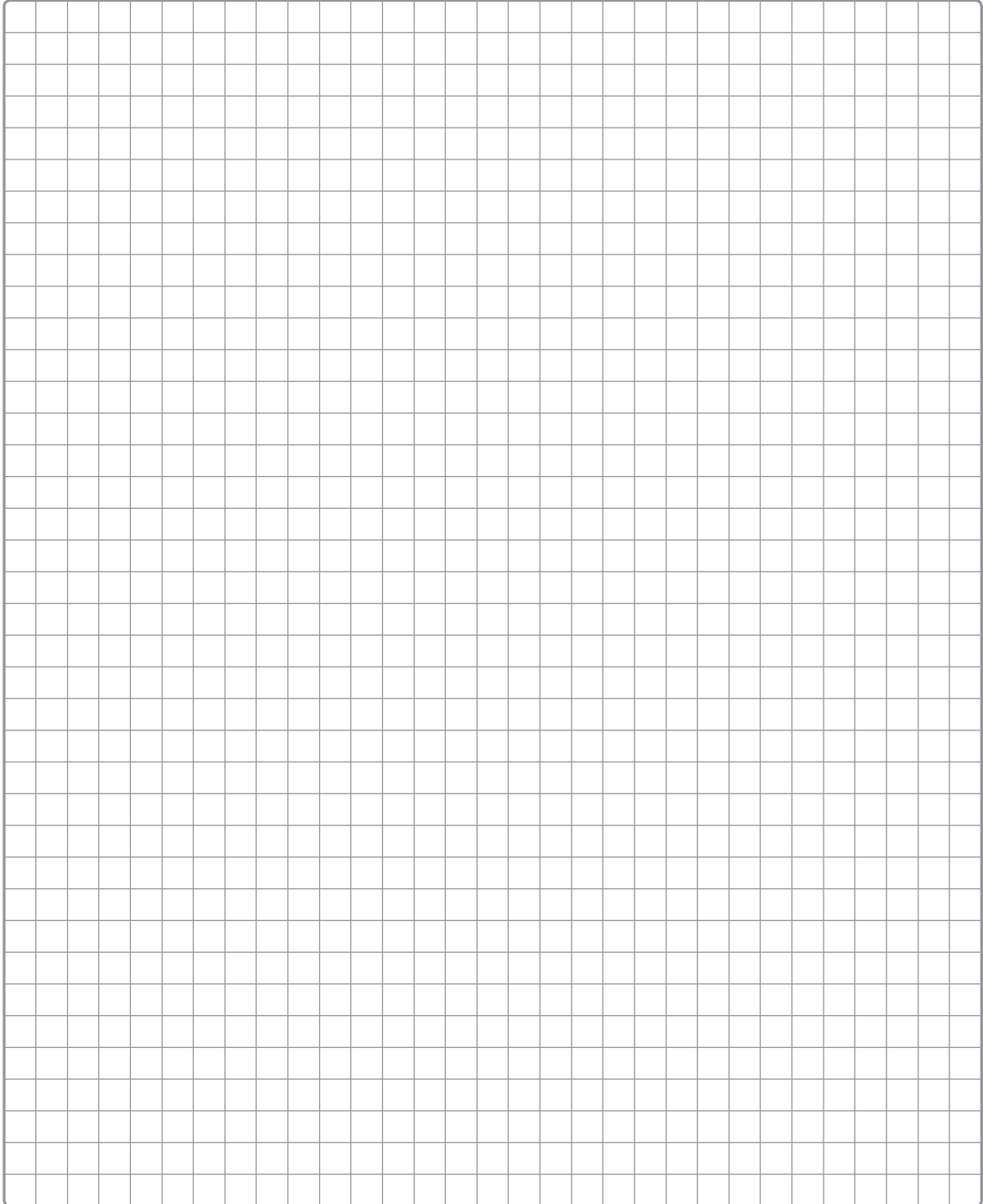
Dane są punkty: $A = (-1, -2)$, $B = (1, 4)$, $C = (-2, -10)$, $D = (2, 2)$. Wykaż, że odcinki AB i CD są równoległe. Wyznacz środek jednokładności S i dodatnią skalę k tak, aby obrazem odcinka AB w tej jednokładności był odcinek CD .



Odpowiedź:

Zadanie 15. (0–4)

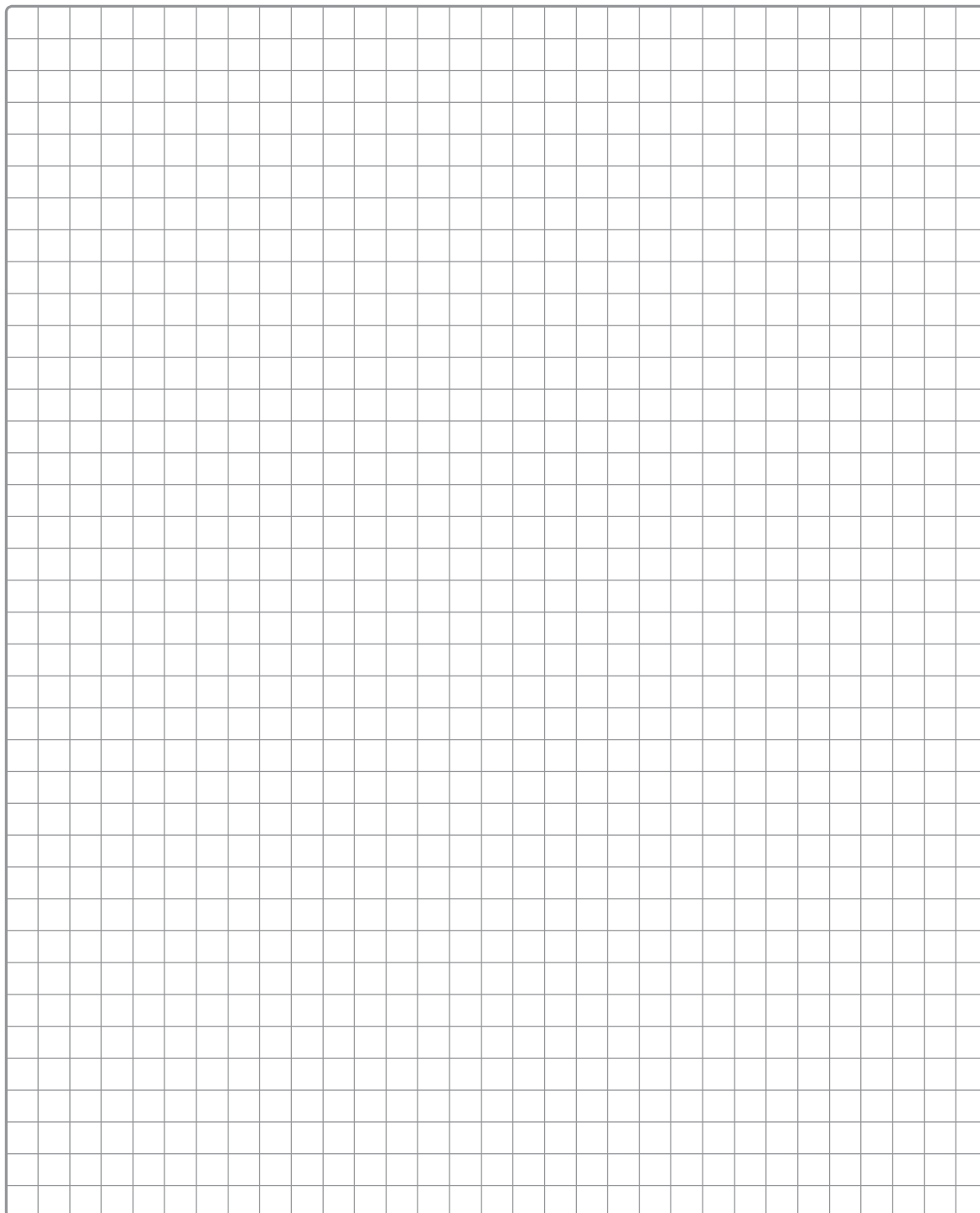
Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa a , a krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy i jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem $\frac{\alpha}{2}$. Oblicz pole otrzymanego przekroju.



Odpowiedź:

Zadanie 16. (0–4)

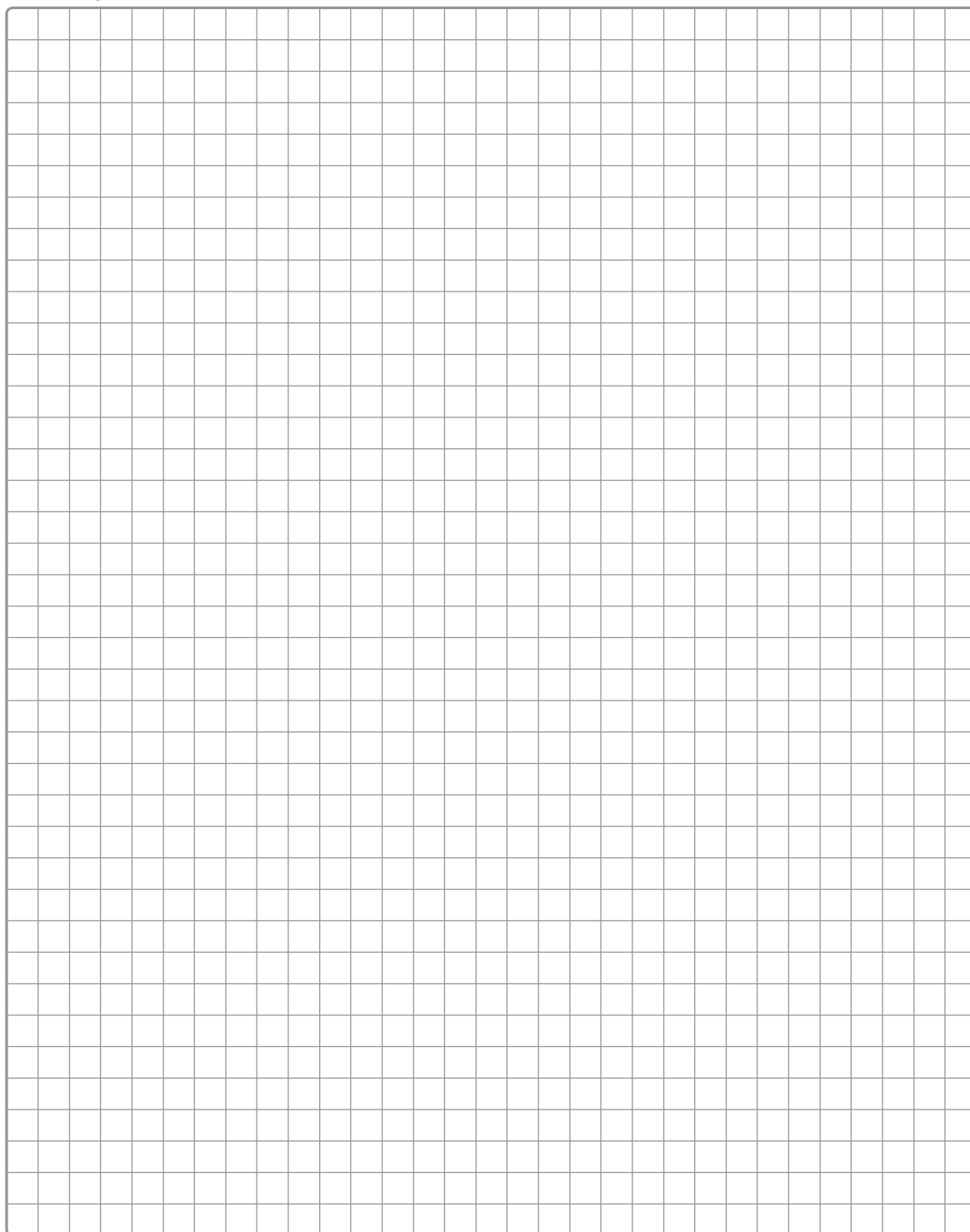
W urnie I jest 7 czarnych kul, a w urnie II są 3 czarne kule. Do tych urn wkładamy losowo w sumie 3 kule białe. Następnie losujemy urnę i z urny jedną kulę. Oblicz, ile należy wrzucić białych kul do urny I, aby prawdopodobieństwo wylosowania białej kuli z losowo wybranej urny było równe $\frac{17}{72}$.



Odpowiedź:

Zadanie 17. (0–4)

Dane jest równanie $x^2 + (2m + 1)x - 3m^2 - \frac{1}{2}m + \frac{1}{4} = 0$. Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru m , dla których to równanie ma dokładnie dwa różne rozwiązania mniejsze od 4.



Odpowiedź:

Zadanie 18. (0–7)

W okrąg o promieniu R wpisano prostokąt $ABCD$. Wyznacz możliwie największe pole tego prostokąta.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)