Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

LISTOPAD 2016

Czas pracy: 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–8.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (9.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Zbiorem rozwiązań nierówności $\left||x+3|-5\right|<2$ jest:

A. $(-10,-6)\cup(0,4)$
B. $(0,4)$
C. $(-10,4)$
D. $(6,10)\cup(0,4)$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\operatorname{tg}22{,}5^\circ+\dfrac{1}{\operatorname{tg}22{,}5^\circ}$ jest równa:

A. $2\sqrt{2}$
B. $\sqrt{2}$
C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
D. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

Dany jest trójkąt o bokach 10 i 6 i kącie między nimi 120°. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy:

A. 14
B. 28
C. $\dfrac{14\sqrt{3}}{3}$
D. $\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 4. (0–1)

Wielomian określony wzorem $W(x)=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{2}{3}x^3$:

A. nie ma ekstremum lokalnego
B. ma jedno ekstremum lokalne
C. ma dwa ekstrema lokalne
D. ma trzy ekstrema lokalne

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $\log_6 5+2\log_{36}3$ jest równa:

A. $\log_6 8$
B. $\log_9 8$
C. $\log_6 15$
D. $\log_9 32$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

W zadaniach 6.–8. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.
W zadaniach 9.–18. rozwiązania należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią.

Zadanie 6. (0–2)

Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2-5n-7}{5n^2+3n+2}-\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^3\right)$. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0–2)

Wyznacz największą liczbę spełniającą równanie $x^3+x^2-7x+5=0$. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 8. (0–2)

Dany jest trapez prostokątny opisany na okręgu. Punkt styczności okręgu z dłuższym ramieniem trapezu dzieli to ramię na odcinki długości 8 i 11. Oblicz obwód trapezu. Zakoduj cyfrę dziesiątek, jedności i jedną początkową cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 9. (0–2)

Wyznacz dziedzinę wyrażenia $W = \sqrt{\frac{x-5}{4-x^2}}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 10. (0–3)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x)=\dfrac{3}{x^4+x^2-75}$. Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji f poprowadzonej w punkcie $P=\left(-3,\dfrac{1}{5}\right)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–3)

Wykaż, że jeśli liczby a i b są dodatnie, to $\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+3\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\geq 8$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–3)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 40, a suma wszystkich wyrazów o numerach nieparzystych jest równa 32. Oblicz iloraz i pierwszy wyraz tego ciągu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–4)

Wykaż, że jeśli α i β są kątami trójkąta takimi, że $\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \sin(\alpha - \beta)$, to trójkąt jest równoramienny lub prostokątny.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–4)

Na płaszczyźnie dany jest punkt $A=(8,4)$. Prosta AB jest nachylona do osi OX pod kątem $\alpha=60°$. Wyznacz współrzędne punktu B, wiedząc, że $|AB|=22$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–4)

Dany jest trapez $ABCD$. Punkt E jest punktem przecięcia się przekątnych trapezu. Ramiona trapezu przedłużono do przecięcia w punkcie F. Wykaż, że prosta EF dzieli dłuższą podstawę AB trapezu na połowy.

Odpowiedź: ....

Zadanie 16. (0–4)

W urnie jest 5 kul białych i 7 czarnych. Wyjmujemy losowo z tej urny dwie kule i odkładamy na bok. Następnie wyjmujemy z tej urny jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo, że będzie to kula biała.

Odpowiedź: ....

Zadanie 17. (0–5)

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x)=(m+1)x^2-(2m-2)x-2(m-1)$. Oblicz, dla jakich wartości parametru m suma odwrotności sześcianów dwóch różnych pierwiastków tego trójmianu jest mniejsza od 2.

Odpowiedź: ....

Zadanie 18. (0–7)

Punkt P o dodatnich współrzędnych należy do wykresu funkcji określonej wzorem $f(x)=\frac{2}{x}$. Wyznacz odciętą punktu P tak, aby jego odległość od prostej o równaniu $y=-\frac{4}{3}x-2$ była najmniejsza. Oblicz tę najmniejszą odległość.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)