Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

LISTOPAD 2015

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniach kodowanych (6.–10.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (11.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja określona wzorem $f(x) = |x+3| + 5$:

A. ma więcej niż dwa miejsca zerowe
B. ma dwa miejsca zerowe
C. ma jedno miejsce zerowe
D. nie ma miejsc zerowych

Zadanie 2. (0–1)

Dokładna wartość liczby $\sin 15^\circ$ to:

A. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

Funkcja określona wzorem $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3$:

A. ma trzy ekstrema lokalne
B. ma dwa ekstrema lokalne
C. ma jedno ekstremum lokalne
D. nie ma ekstremów lokalnych

Zadanie 4. (0–1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, którego wszystkie krawędzie mają długość a. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i środek przeciwległej do niej krawędzi bocznej. Pole otrzymanego przekroju jest równe:

A. $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ **B.** $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ **C.** $P = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ **D.** $P = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

Zadanie 5. (0–1)

Dany jest ciąg określony wzorem rekurencyjnym $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = \frac{3a_n - n}{2} \end{cases}$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy:

A. $\frac{8}{2}$ **B.** $\frac{8}{3}$

C. $\frac{29}{4}$ **D.** $\frac{75}{8}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

W zadaniach 6.–10. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.
W zadaniach 11.–18. rozwiązania należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią.

Zadanie 6. (0–2)

Dane są punkty $A=(5,2), B=(1,-3), C=(-2,-8)$. Oblicz odległość punktu A od prostej l przechodzącej przez punkty B, C. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0–2)

Oblicz sinus najmniejszego kąta trójkąta o bokach $a=8, b=10, c=12$. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 8. (0–2)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-4}$. Oblicz wartość pochodnej tej funkcji dla $x=-\sqrt{7}$. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 9. (0–2)

Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2+4+6+...2n}{11n^2-1}$. Zakoduj trzy początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 10. (0–2)

Pierwiastkami równania $x^2+7x+4=0$ są liczby x_1, x_2. Oblicz wartość sumy sześcianów liczb x_1, x_2. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności wartości bezwzględnej otrzymanego wyniku.

Zadanie 11. (0–3)

Wykaż, że jeśli $\log_{24} 6 = a$, to $\log_6 256 = \frac{4(1-a)}{a}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–3)

Wyznacz równanie stycznej do okręgu o równaniu $x^2 - 6x + y^2 + 10y = 0$ prostopadłej do prostej $3x - 4y + 5 = 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–4)

Dany jest trójmian $f(x)=x^2+(m+2)x+4$. Wyznacz parametr m, jeśli wiadomo, że ciąg $(x_1,(m+5),x_2)$, gdzie x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi tego trójmianu, jest geometryczny.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–4)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC, w którym punkt D jest środkiem boku AB. Przez punkt D poprowadzono prostą pod kątem do boku AB, która przecięła bok BC w punkcie E takim, że pole trójkąta BDE jest równe $\frac{1}{8}$ pola trójkąta ABC. Wykaż, że $\alpha = 30°$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin 2x + \cos 4x = 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 16. (0–7)

Puszka ma kształt walca o objętości π dm^3. Wyznacz promień podstawy i wysokość walca, aby pole powierzchni całkowitej puszki było najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

Odpowiedź: ....

Zadanie 17. (0–5)

W urnie U_1 są 3 kule białe i 7 czarnych, a w urnie U_2 jest 5 kul białych i 4 czarne. Wybieramy losowo kulę z urny U_1 i wkładamy do urny U_2. Następnie z urny U_2 losujemy 2 kule. Oblicz prawdopodobieństwo, że w ten sposób wylosujemy 2 kule białe.

Odpowiedź: ....

Zadanie 18. (0–5)

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli pierwszą liczbę zmniejszymy o 1, drugą liczbę zwiększymy o 15, a trzecią zwiększymy o 37, to otrzymamy ciąg geometryczny. Wyznacz te liczby, jeśli wiadomo, że ich suma jest równa 63.

Odpowiedź: ....