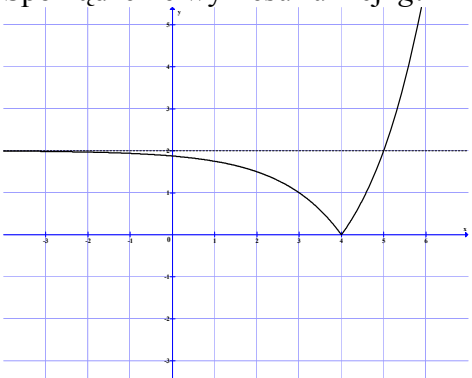


**ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA  
POZIOM ROZSZERZONY**

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania		Liczba punktów	Uwagi dla egzaminatorów
1	1.1	Podanie wartości $b$ : $b = 2$ .	1	
	1.2	Sporządzenie wykresu funkcji $g$ . 	1	Krzywa będąca wykresem funkcji $g$ dla $x < 4$ nie może przecinać prostej o równaniu $y = 2$ .
	1.3	Zapisanie szukanych wartości parametru $p$ : $p = 0$ lub $p \geq 2$ .	1	
2	2.1	Zastosowanie definicji wartości bezwzględnej i zapisanie: $-4x - 12 < -x - 5$ dla $x \in (-\infty, -5)$ , $-4x - 12 < x + 5$ dla $x \in \langle -5, -3 \rangle$ , $4x + 12 < x + 5$ dla $x \in \langle -3, \infty \rangle$ .	1	
	2.2	Rozwiązanie nierówności liniowych bez uwzględniania ograniczeń: $x > -\frac{7}{3}$ , $x > -\frac{17}{5}$ , $x < -\frac{7}{3}$ .	1	
	2.3	Uwzględnienie ograniczeń, tzn. zapisanie zbiorów rozwiązań poszczególnych nierówności: zbiór pusty, $\left(-\frac{17}{5}, -3\right)$ , $\langle -3, -\frac{7}{3} \rangle$ .	1	
	2.4	Wyznaczenie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną: $\left(-\frac{17}{5}, -\frac{7}{3}\right)$ .	1	
	2.1	<b>II sposób rozwiązania:</b> Zapisanie danej nierówności w postaci : $4 x + 3  <  x + 5 $ .	1	

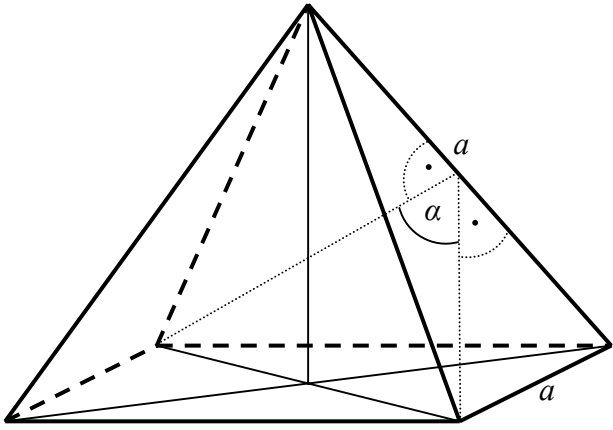
	2.2	Podniesienie obu stron nierówności do drugiej potęgi: $4^2 \cdot (x+3)^2 < (x+5)^2$ .	1	
	2.3	Doprowadzenie nierówności do postaci iloczynowej: $(3x+7) \cdot (5x+17) < 0$ lub $15\left(x+\frac{17}{5}\right)\left(x+\frac{7}{3}\right) < 0$ .	1	Punkt przyznajemy, gdy zdający zapisze nierówność w postaci ogólnej i obliczy pierwiastki trójmianu kwadratowego.
	2.4	Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności: $x \in \left(-\frac{17}{5}, -\frac{7}{3}\right)$ .	1	
	2.1	<b>Metoda graficzna.</b> Zapisanie danej nierówności w postaci: $4 x+3  <  x+5 $ .	1	
	2.2	Sporządzenie wykresów funkcji $f(x) = 4 x+3 $ i $g(x) =  x+5 $ .	1	
	2.3	Wyznaczenie odciętych punktów wspólnych wykresów funkcji $f$ i $g$ .	1	
	2.4	Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności: $\left(-\frac{17}{5}, -\frac{7}{3}\right)$ .	1	
3	3.1	Sporządzenie rysunku. 	1	Na rysunku muszą być szkice wykresów obu funkcji podanych w zadaniu.
	3.2	Zapisanie współrzędnych dowolnego punktu paraboli w zależności od jednej zmiennej: np. $P = (x, x^2)$ .	1	
	3.3	Wyznaczenie odległości punktu $P$ od danej prostej: $d = \frac{ 2x - x^2 - 6 }{\sqrt{5}}$ .	1	
	3.4	Zapisanie odległości bez wartości bezwzględnej: $d = \frac{(x-1)^2 + 5}{\sqrt{5}}$ lub $d = \frac{x^2 - 2x + 6}{\sqrt{5}}$ .	1	

	3.5	Oszacowanie najmniejszej wartości: $d \geq \sqrt{5}$ .	1	
	3.4	<b>II sposób rozwiązania: (czynności 3.4 i 3.5)</b> Wyznaczenie najmniejszej wartości funkcji $d(x) = \frac{ 2x - x^2 - 6 }{\sqrt{5}}$ : $d_{\min} = \sqrt{5}$ .	1	Zdający może wyznaczyć równanie prostej równoległej do danej prostej, stycznej do paraboli i obliczyć odległość między tymi prostymi równoległymi.
	3.5	Zapisanie wniosku: $d \geq \sqrt{5}$ .	1	
4	4.1	Obliczenie prawdopodobieństw: $P(A) = \frac{2}{3}$ , $P(B) = \frac{3}{4}$ .	1	
	4.2	Zastosowanie prawa De Morgana: $A' \cap B' = (A \cup B)'$ .	1	Zdający nie musi wprost zapisywać prawa De Morgana.
	4.3	Wykorzystanie wzoru na prawdopodobieństwo sumy zdarzeń.	1	
	4.4	Obliczenie wartości $P(A' \cap B')$ : $P(A' \cap B') = \frac{1}{12}$ .	1	
5	5.1	Zapisanie wzoru funkcji w postaci: $h(x) = \frac{a}{x-2} + 1$ .	1	
	5.2	Obliczenie współczynnika $a$ i zapisanie wzoru funkcji: $a = 2$ , $h(x) = \frac{2}{x-2} + 1$ .	1	Wystarczy obliczenie współczynnika $a$ . Akceptujemy podanie wzoru $h(x) = \frac{x}{x-2}$ , bez uzasadnienia. Przyznajemy wtedy punkty za czynności 5.1, 5.2.
	5.3	Obliczenie wartości funkcji $h$ dla $x = \sqrt{3}$ : $h(\sqrt{3}) = -2\sqrt{3} - 3$ i zapisanie wniosku.	1	
6	6.1	Zastosowanie wzoru skróconego mnożenia i zapisanie wyrażenia w postaci: $2 - \sqrt{3} + 2 \cdot (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \cdot (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + 2 + \sqrt{3}$ lub $2 - \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{(2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3})} + 2 + \sqrt{3}$ .	1	
	6.2	Obliczenie liczby $a$ : $a = 6$ .	1	
	6.3	Obliczenie liczby $b$ : $b = 9$ .	1	
	6.4	Zapisanie wniosku wraz z uzasadnieniem: $a^b > b^a$ .	1	

7	7.1	Zapisanie, że liczba $(-3)$ jest jednym z rozwiązań danego równania $(x+3)(x^2+5x+4)=0$ .	1	
	7.2	Rozwiązanie równania kwadratowego $x^2+5x+4=0$ : $x=-1$ , $x=-4$ .	1	
	7.3	Rozwiązanie warunku, dla którego drugi czynnik równania nie ma rozwiązań: $\Delta < 0$ dla $p \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ .	1	
	7.4	Zapisanie układu warunków, dla których liczba $(-3)$ jest jedynym rozwiązaniem równania kwadratowego $x^2+(p+4)x+(p+1)^2=0$ : $\Delta=0$ i $\frac{-b}{2a}=-3$ .	1	Wyznaczenie wszystkich wartości $p$ , dla których liczba $(-3)$ jest rozwiązaniem równania kwadratowego $x^2+(p+4)x+(p+1)^2=0$ : $p=2$ lub $p=-1$ .
	7.5	Rozwiązanie układu warunków z punktu 7.4: $p=2$ .	1	Sprawdzenie, że tylko dla $p=2$ liczba $(-3)$ jest jedynym rozwiązaniem równania kwadratowego.
	7.6	Zapisanie odpowiedzi: $p \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ .	1	
	7.4	<b>II sposób rozwiązania: (czynności 7.4, 7.5)</b> Zapisanie warunku, przy którym liczba $(-3)$ jest jedynym rozwiązaniem równania $x^2+(p+4)x+(p+1)^2=0$ : $(x+3)^2=x^2+(p+4)x+(p+1)^2$ .	1	
7.5	Obliczenie $p$ : $p=2$ .	1		
8	8.1	Zapisanie zależności między bokami czworokąta opisanego na okręgu: $a+b=2c$ , gdzie $a$ – długość dłuższej podstawy, $b$ – długość krótszej podstawy, $c$ – długość ramienia trapezu.	1	
	8.2	Wyznaczenie różnicy długości podstaw trapezu za pomocą długości ramienia: $a-b=4c-60$ .	1	
	8.3	Wyrażenie wysokości trapezu w zależności od długości ramienia: $h=\sqrt{-3c^2+120c-900}$ .	1	
	8.4	Wyznaczenie pola trapezu jako funkcji długości jego ramienia: $P=c \cdot \sqrt{-3c^2+120c-900}$ .	1	
	8.5	Wyznaczenie dziedziny funkcji $P$ : $c \in (15, 30)$ .	2	1 pkt za oszacowanie $c < 30$ . 1 pkt za oszacowanie $c > 15$ .

9	9.1	Oznaczenie współrzędnych środka okręgu $S = (x, 0)$ i zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć współrzędne środka okręgu, np.: $\sqrt{(x-1)^2 + 4^2} = \sqrt{(x+6)^2 + 3^2}.$	1	
	9.2	Obliczenie współrzędnych punktu $S$ : $S = (-2, 0)$ .	1	Jeśli zdający wyznaczy równanie symetralnej odcinka $AB$ oraz jej punkt przecięcia z osią $Ox$ , to przyznajemy punkty w czynnościach 9.1 oraz 9.2.
	9.3	Obliczenie długości promienia okręgu: $r = 5$ i zapisanie równania okręgu: $(x+2)^2 + y^2 = 25$ .	1	
	9.4	Wyznaczenie równania prostej $AB$ : $y = \frac{1}{7}x + \frac{27}{7}$ .	1	Wystarczy, że zdający obliczy współczynnik kierunkowy prostej $AB$ .
	9.5	Zapisanie równania rodziny prostych prostopadłych do prostej $AB$ : $y = -7x + b$ .	1	
	9.6	Wykorzystanie wzoru na odległość punktu $(0, 0)$ od prostej o równaniu $y = -7x + b$ i zapisanie równania: $\sqrt{2} = \frac{ b }{5\sqrt{2}}$ .	1	
	9.7	Wyznaczenie równań prostych spełniających warunek zadania: $y = -7x - 10$ , $y = -7x + 10$ .	1	Wystarczy, że zdający obliczy wartości $b$ , o ile zapisał równanie rodziny prostych $y = -7x + b$ .

10	10.1	Zapisanie, że ciąg $(\sin \alpha, \sin \beta, 1)$ lub $(1, \sin \beta, \sin \alpha)$ jest geometryczny.	1	Nie wymagamy rozpatrzenia obu przypadków, ale istotne jest założenie, że „1” jest pierwszym lub ostatnim wyrazem ciągu.
	10.2	Wykorzystanie definicji lub własności ciągu geometrycznego i zapisanie warunku: $\sin^2 \beta = \sin \alpha \cdot 1$ .	1	
	10.3	Wykorzystanie zależności między funkcjami trygonometrycznymi w trójkącie prostokątnym: $\sin \beta = \cos \alpha$ oraz jedynki trygonometrycznej i zapisanie równania z niewiadomą $\sin \alpha$ : $1 - \sin^2 \alpha = \sin \alpha$ .	1	
	10.4	Rozwiązanie równania: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ , $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}$ . Podanie odpowiedzi: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ .	1	

11	11.1	 <p>Zaznaczenie na rysunku szukanego kąta.</p>	1	
	11.2	<p>Obliczenie długości przekątnej podstawy i wysokości ściany bocznej: <math>a\sqrt{2}</math> i <math>\frac{a\sqrt{3}}{2}</math>, gdzie <math>a</math> oznacza długość krawędzi ostrosłupa.</p>	1	
	11.3	<p>Zastosowanie twierdzenia kosinusów w trójkącie, w którym występuje kąt dwuścienny <math>\alpha</math>: <math>(a\sqrt{2})^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \alpha</math>.</p>	1	
	11.4	<p>Obliczenie kosinusa kąta <math>\alpha</math>: <math>\cos \alpha = -\frac{1}{3}</math>.</p>	1	
	11.3	<p><b>II metoda rozwiązania: (czynności 11.3 i 11.4)</b> Zastosowanie definicji funkcji sinus dla połowy kąta <math>\alpha</math>:</p> $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	1	<p>Jeśli zdający obliczy przybliżoną wartość kąta <math>\frac{1}{2}\alpha</math>, a następnie wartość kąta <math>\alpha</math> i poprawnie ustali na tej podstawie przybliżoną wartość <math>\cos \alpha</math>, to otrzymuje punkty w czynnościach 11.3 i 11.4. Za samo obliczenie przybliżonej wartości kąta <math>\alpha</math> nie przyznajemy punktów w czynności 11.4.</p>
11.4	<p>Wyznaczenie kosinusa kąta <math>\alpha</math>: <math>\cos \alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2}\right) = -\frac{1}{3}</math>.</p>	1		

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.