

**Miejsce
na naklejkę**

MMA-R1 1P-092

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

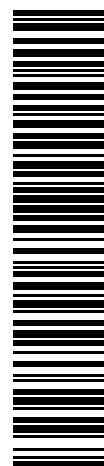
**MAJ
ROK 2009**

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

**Wypełnia zdający
przed rozpoczęciem pracy**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

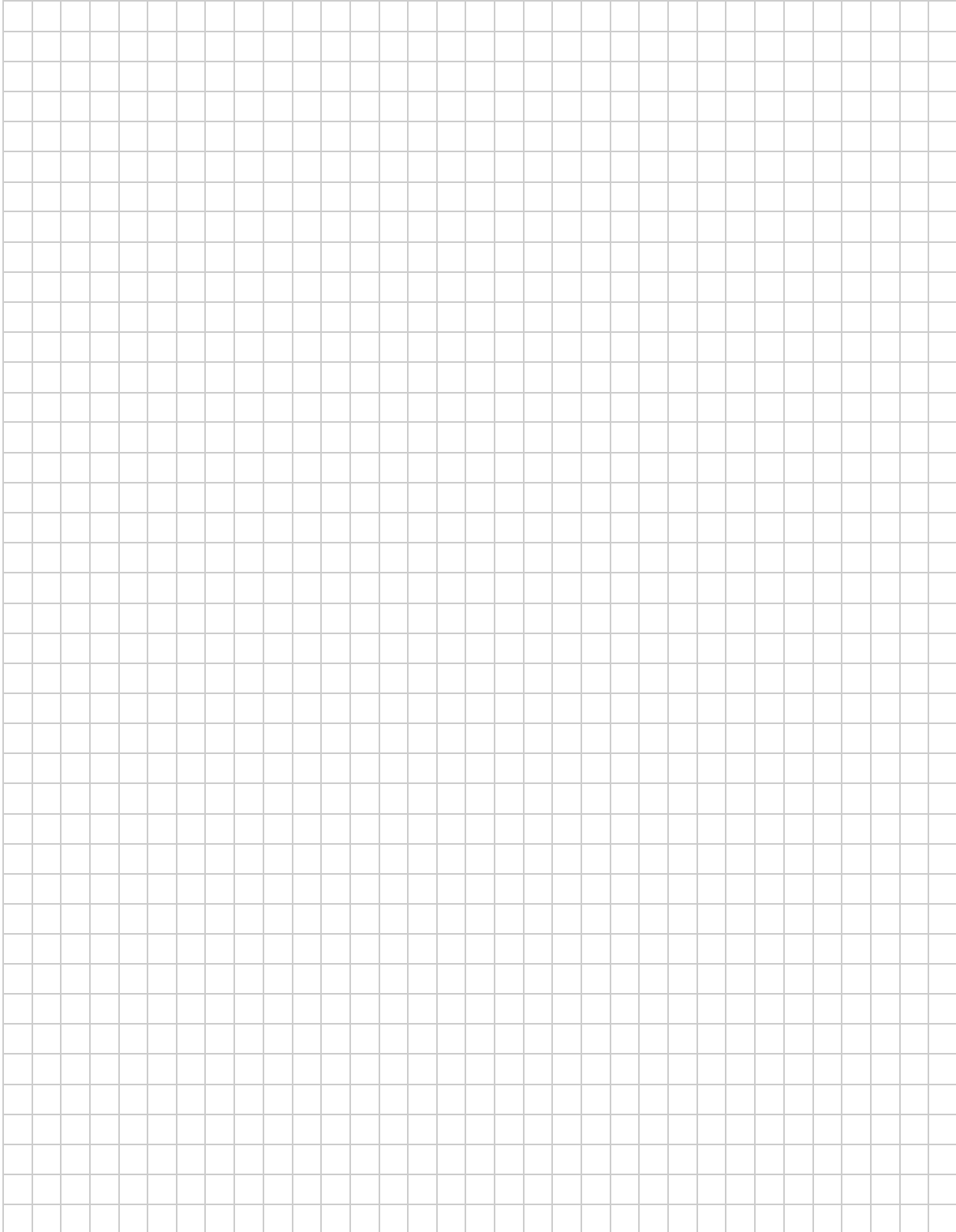
**KOD
ZDAJĄCEGO**

Zadanie 1. (4 pkt)

Funkcja liniowa f określona jest wzorem $f(x) = ax + b$ dla $x \in \mathbb{R}$.

- a) Dla $a = 2008$ i $b = 2009$ zbadaj, czy do wykresu tej funkcji należy punkt $P = (2009, 2009^2)$.
 b) Narysuj w układzie współrzędnych zbiór

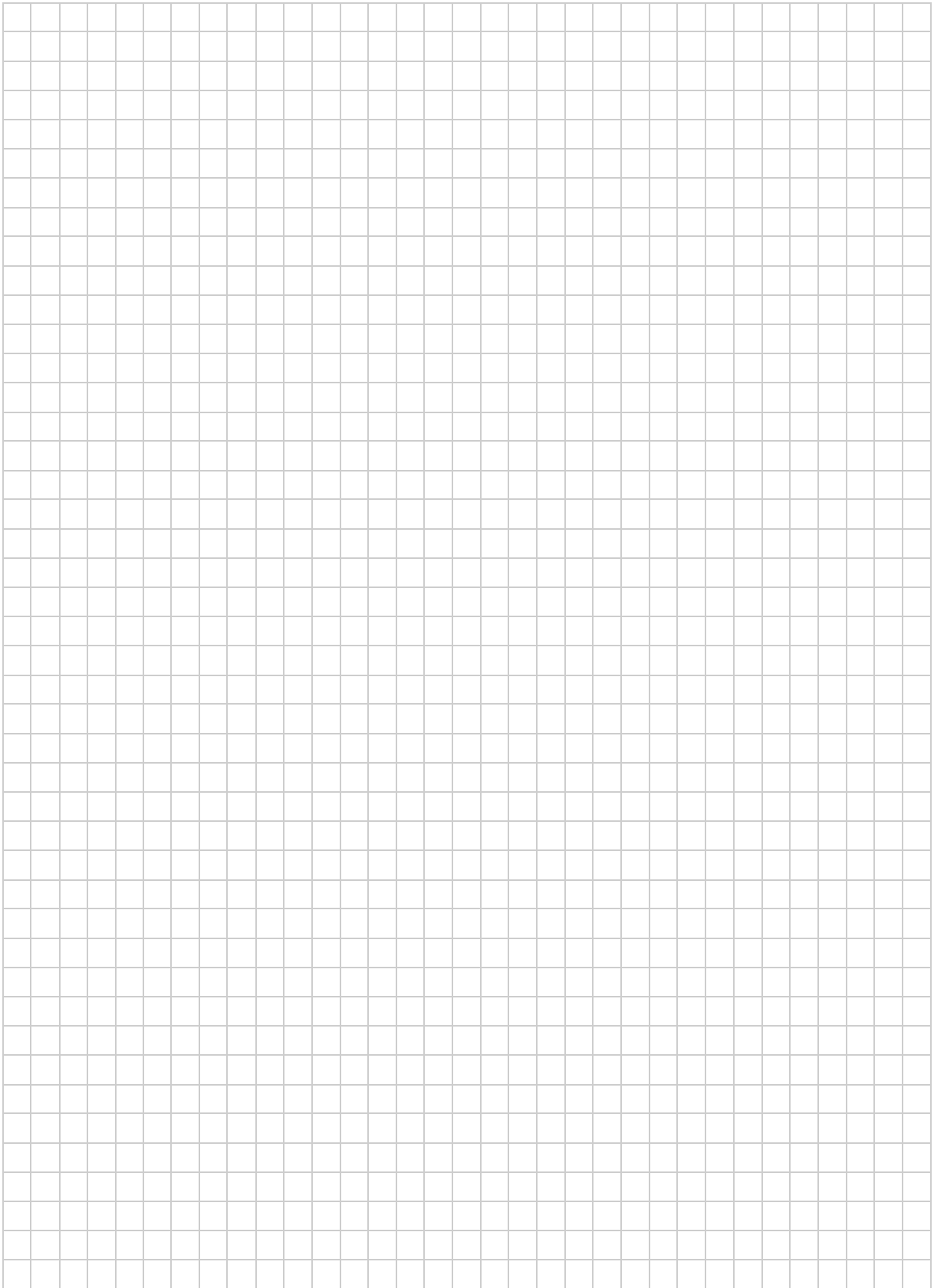
$$A = \left\{ (x, y) : x \in \langle -1, 3 \rangle \text{ i } y = -\frac{1}{2}x + b \text{ i } b \in \langle -2, 1 \rangle \right\}.$$



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 2. (4 pkt)

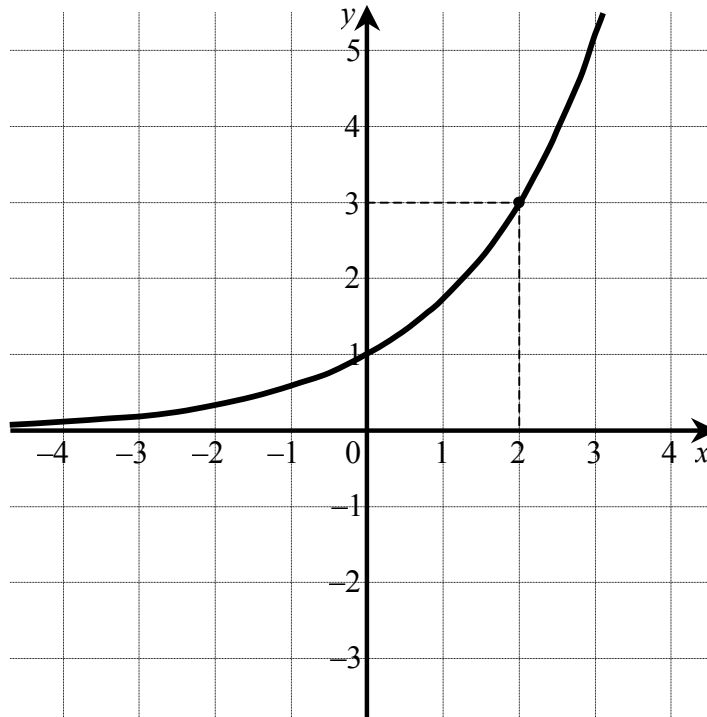
Przy dzieleniu wielomianu $W(x)$ przez dwumian $(x-1)$ otrzymujemy iloraz $Q(x) = 8x^2 + 4x - 14$ oraz resztę $R(x) = -5$. Oblicz pierwiastki wielomianu $W(x)$.



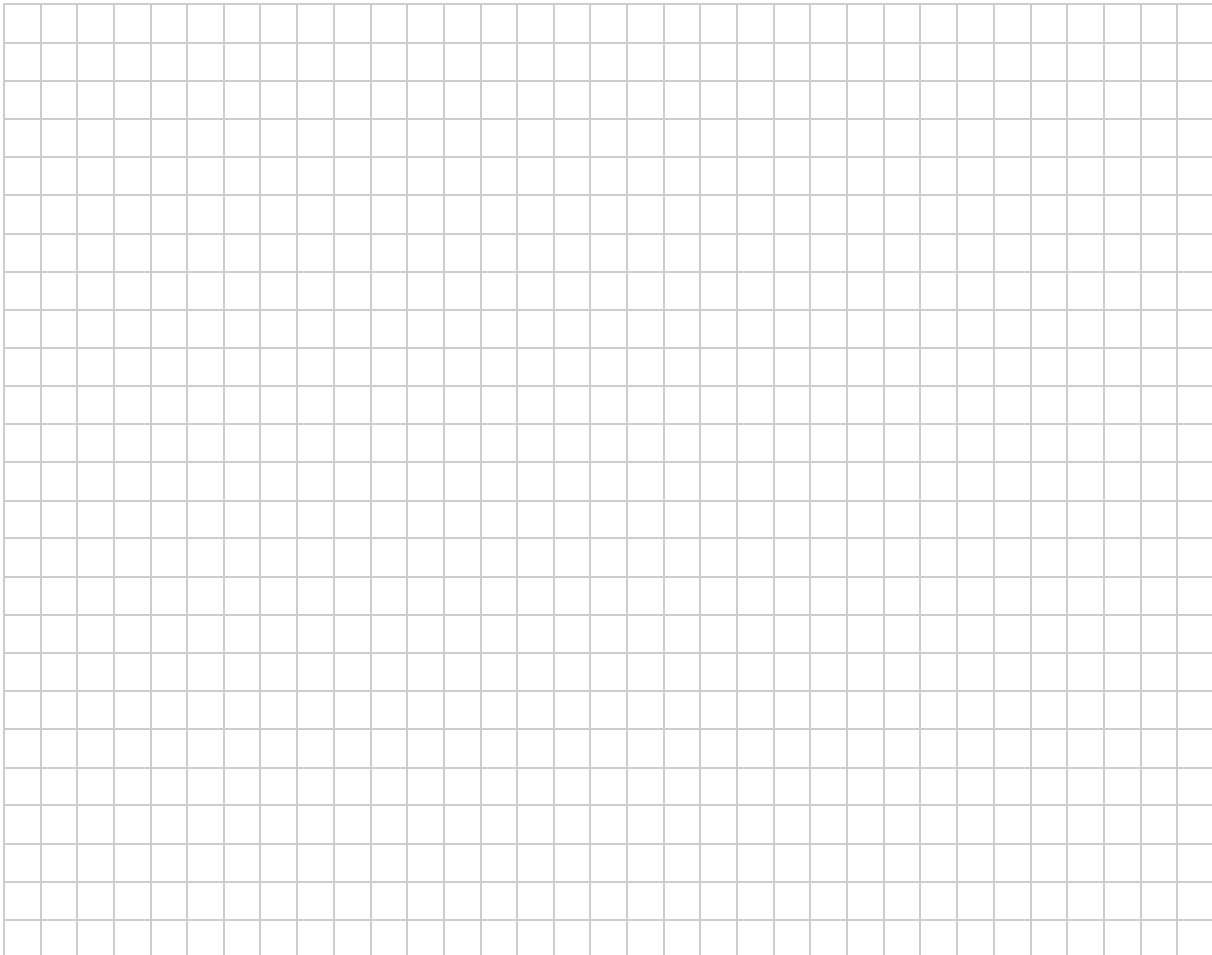
Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

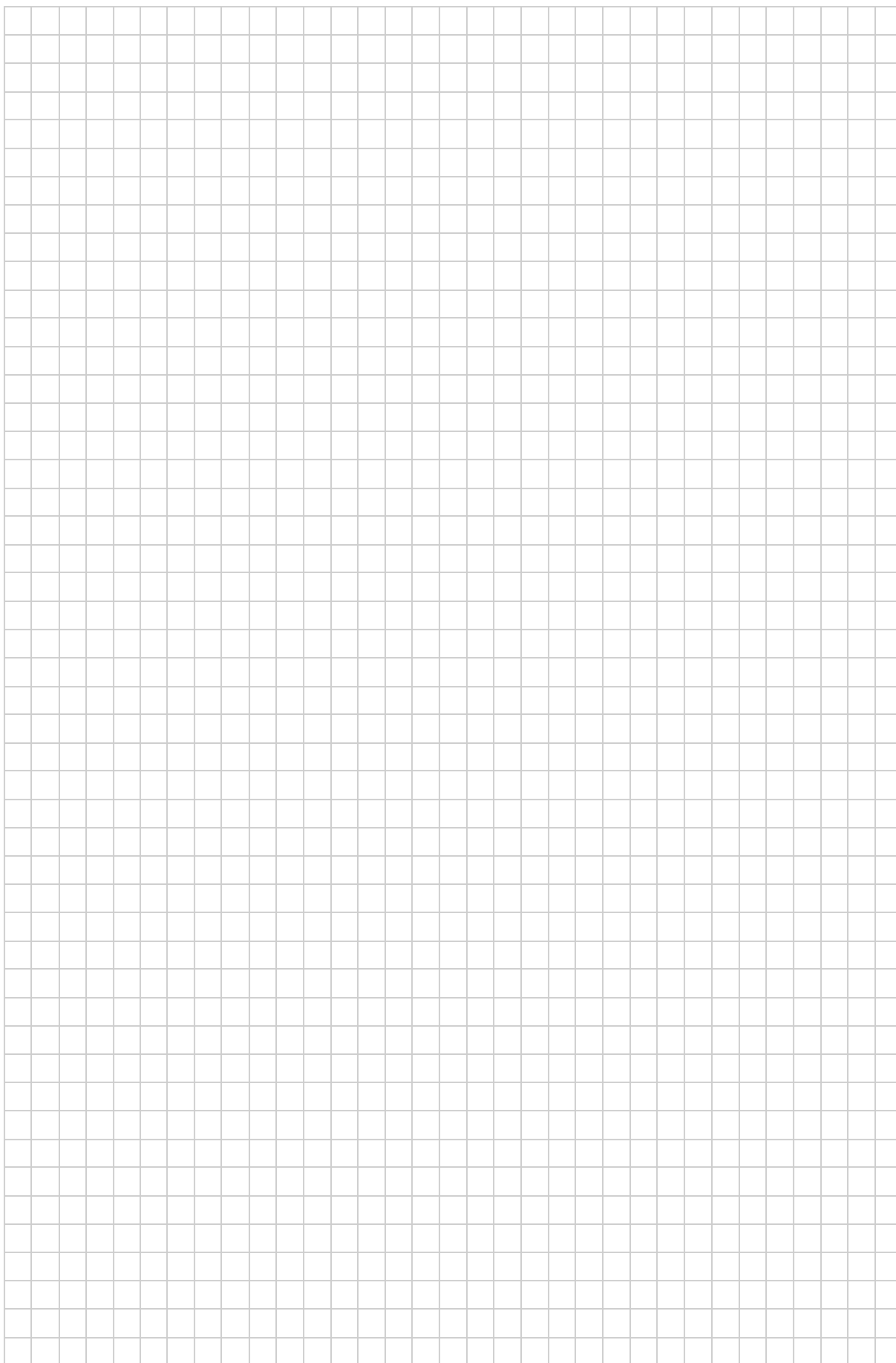
Zadanie 3. (4 pkt)

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji wykładniczej $f(x) = a^x$ dla $x \in \mathbb{R}$.



- a) Oblicz a .
- b) Narysuj wykres funkcji $g(x) = |f(x) - 2|$ i podaj wszystkie wartości parametru $m \in \mathbb{R}$, dla których równanie $g(x) = m$ ma dokładnie jedno rozwiązanie.

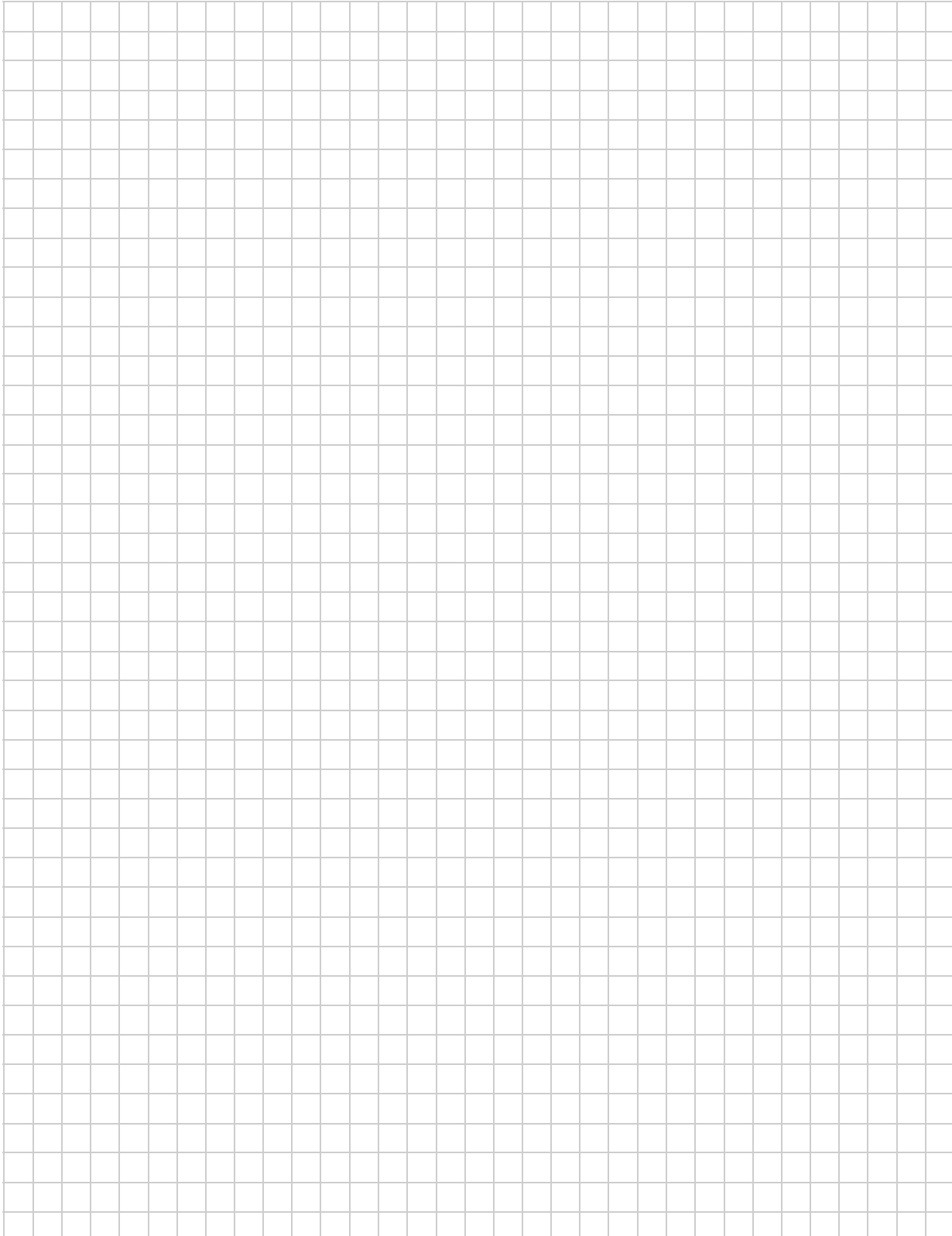




Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	3.1.	3.2.	3.3.	3.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 4. (5 pkt)

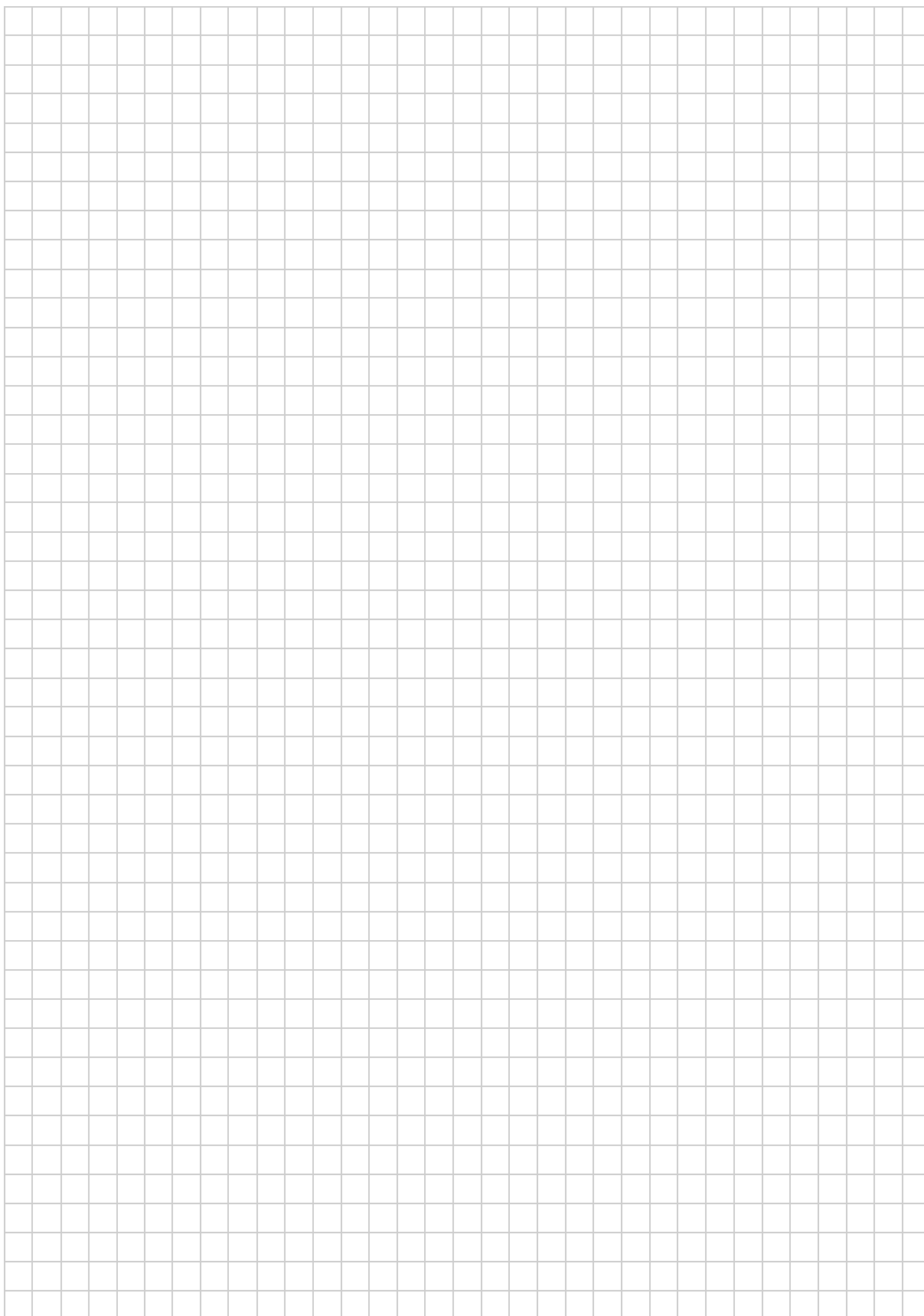
W skarbcu królewskim było k monet. Pierwszego dnia rano skarbnik dorzucił 25 monet, a każdego następnego ranka dorzucał o 2 monety więcej niż dnia poprzedniego. Jednocześnie ze skarbcza król zabierał w południe każdego dnia 50 monet. Oblicz najmniejszą liczbę k , dla której w każdym dniu w skarbcu była co najmniej jedna moneta, a następnie dla tej wartości k oblicz, w którym dniu w skarbcu była najmniejsza liczba monet.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	4.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 5. (3 pkt)

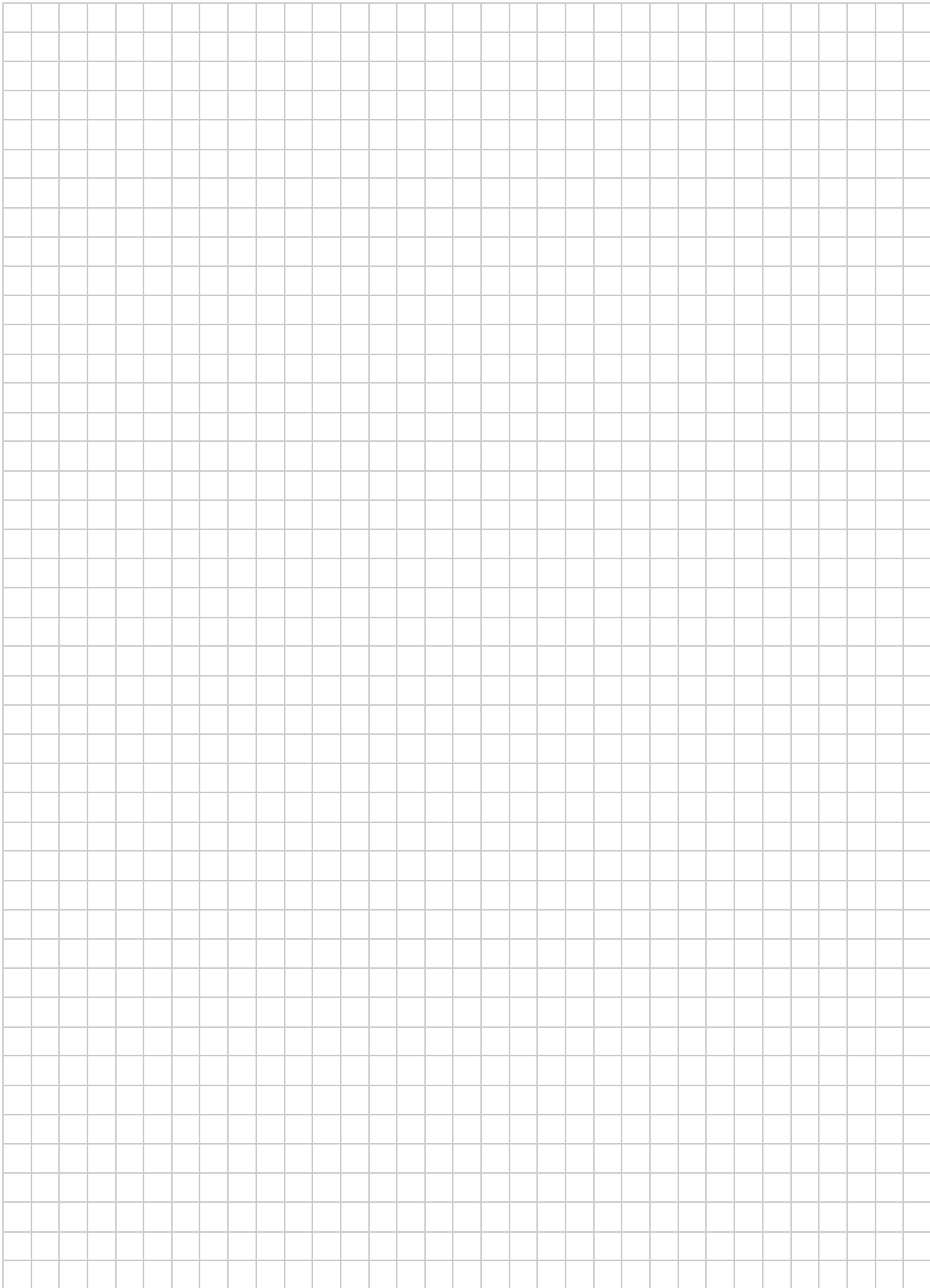
Wykaż, że jeżeli $A = 3^{4\sqrt{2}+2}$ i $B = 3^{2\sqrt{2}+3}$, to $B = 9\sqrt{A}$.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	5.1.	5.2.	5.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 6. (5 pkt)

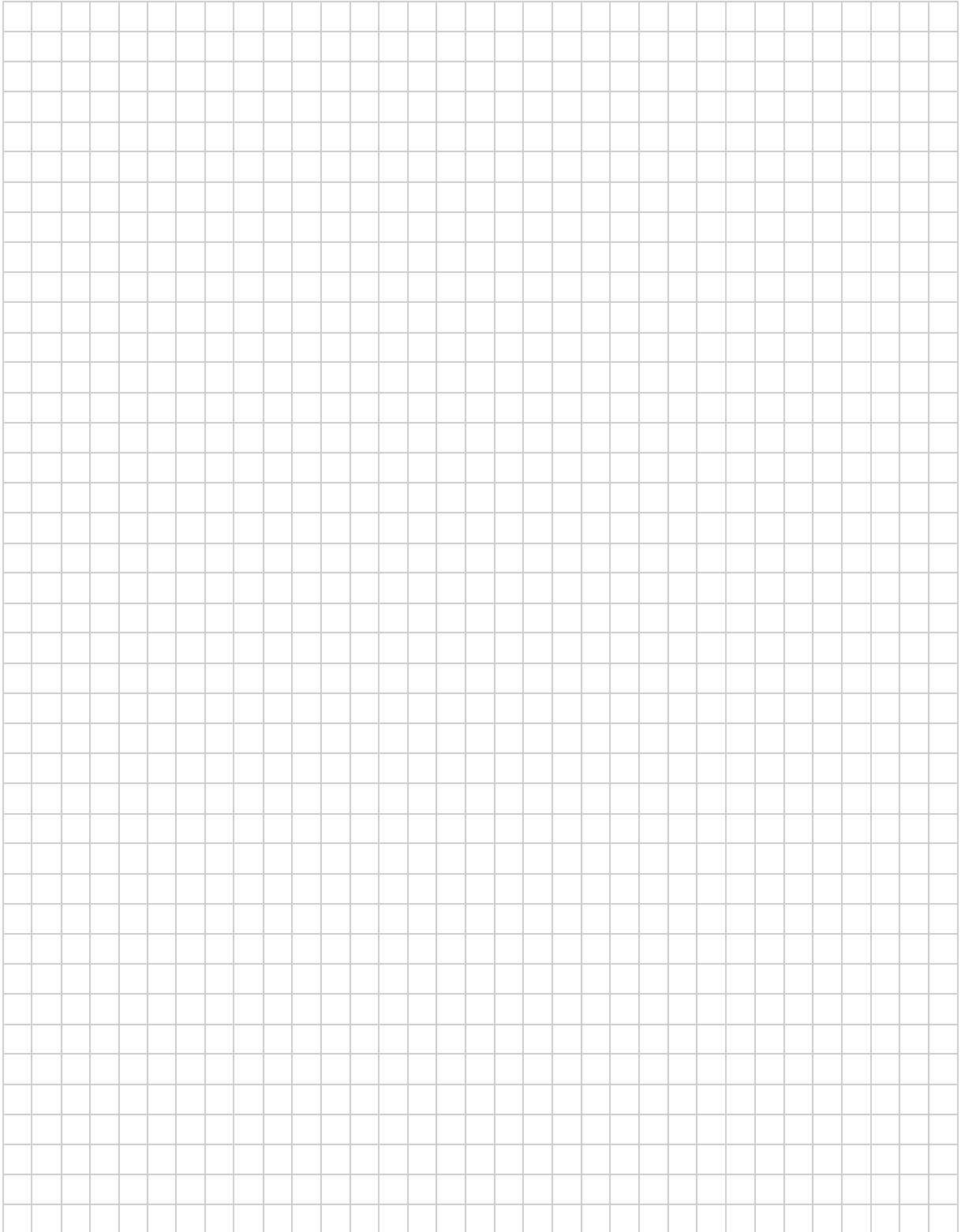
Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_{2\cos x}(9 - x^2)$ i zapisz ją w postaci sumy przedziałów liczbowych.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	6.1.	6.2.	6.3.	6.4.	6.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 7. (6 pkt)

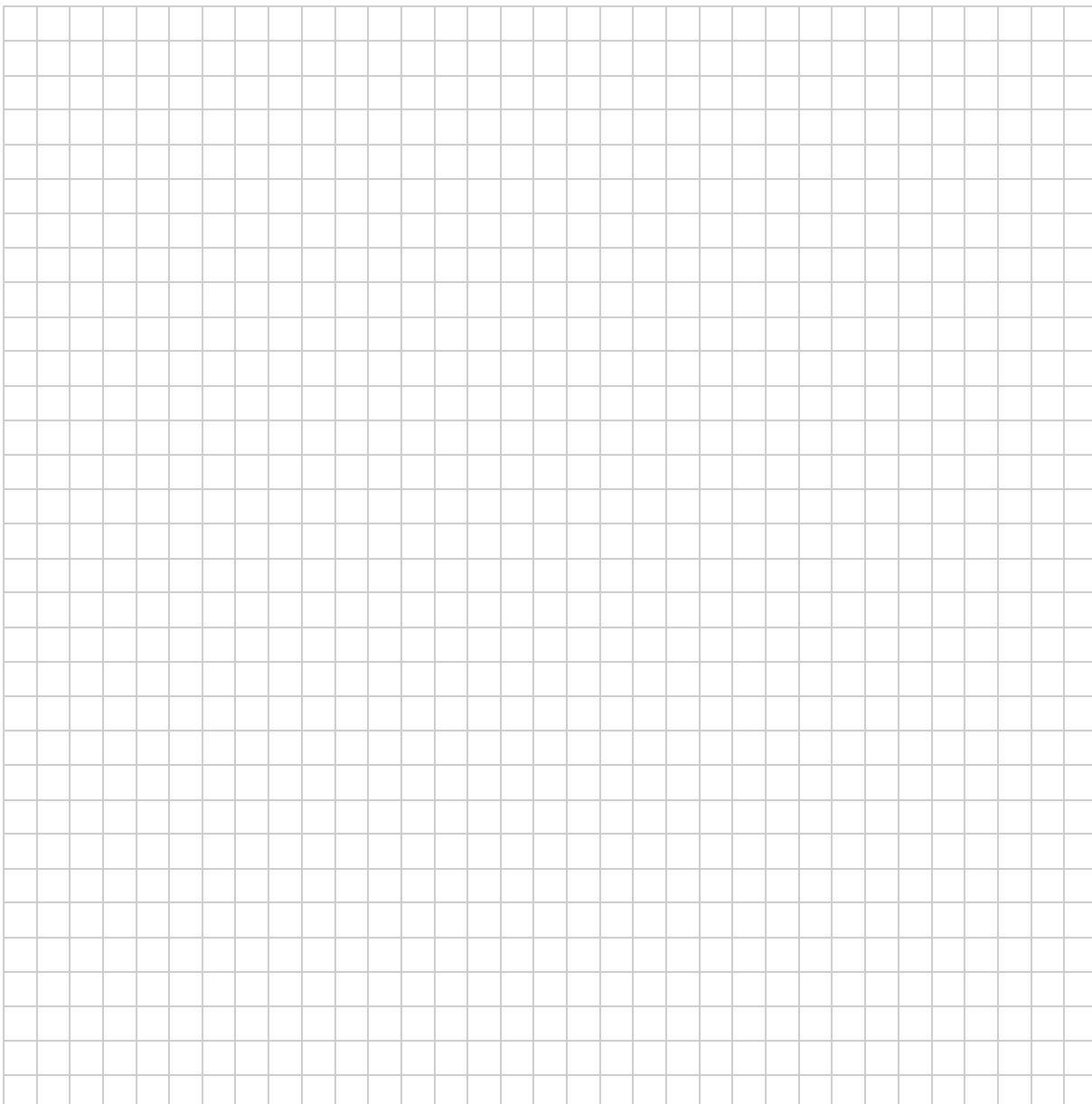
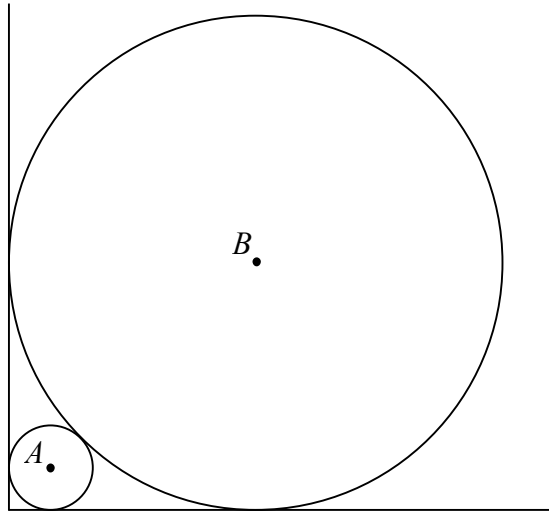
Ciąg $(x-3, x+3, 6x+2, \dots)$ jest nieskończonym ciągiem geometrycznym o wyrazach dodatnich. Oblicz iloraz tego ciągu i uzasadnij, że $\frac{S_{19}}{S_{20}} < \frac{1}{4}$, gdzie S_n oznacza sumę n początkowych wyrazów tego ciągu.

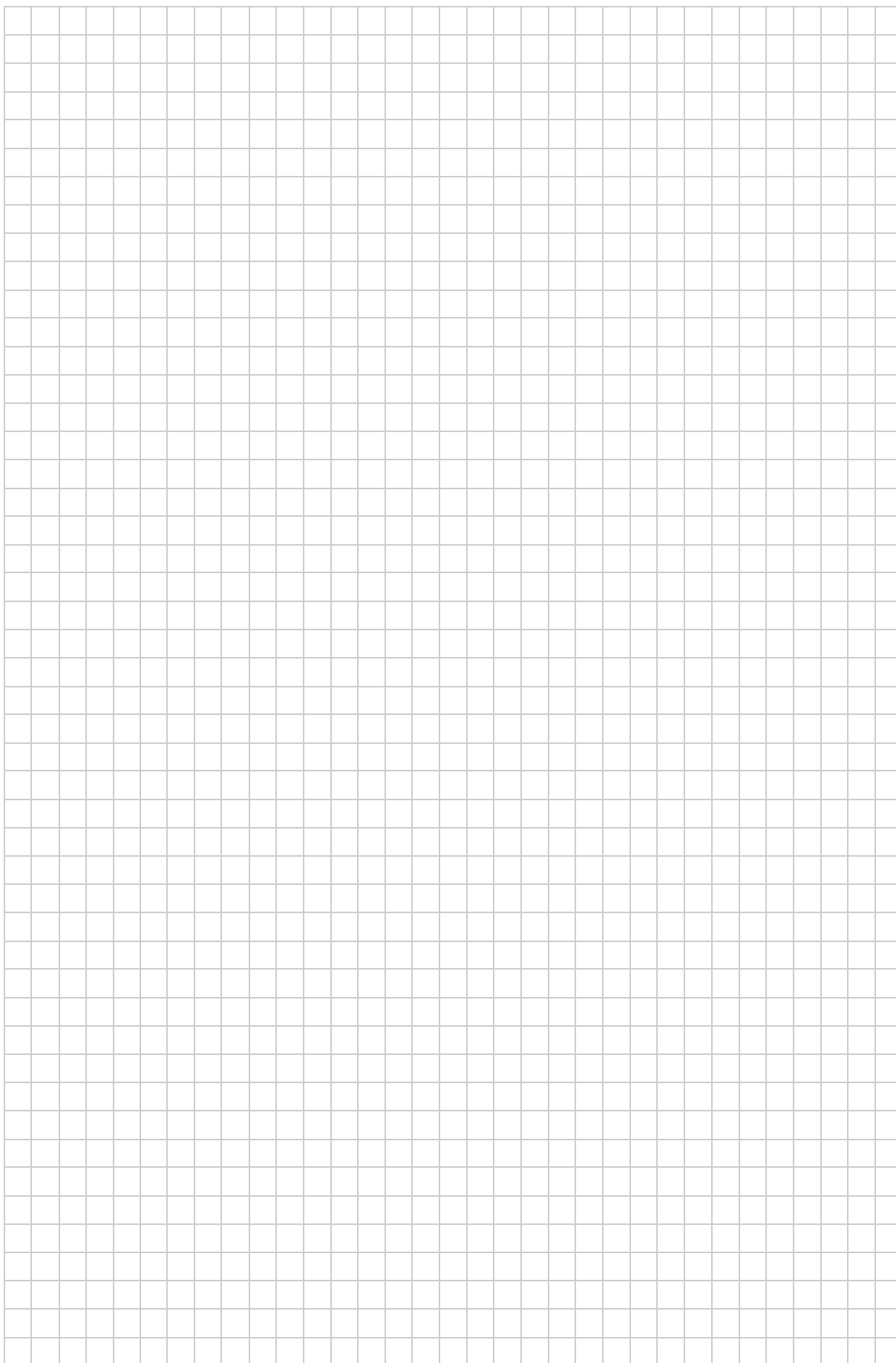


Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	7.1.	7.2.	7.3.	7.4.	7.5.	7.6.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 8. (4 pkt)

Dwa okręgi o środkach A i B są styczne zewnętrznie i każdy z nich jest jednocześnie styczny do ramion tego samego kąta prostego (patrz rysunek). Udowodnij, że stosunek promienia większego z tych okręgów do promienia mniejszego jest równy $3 + 2\sqrt{2}$.

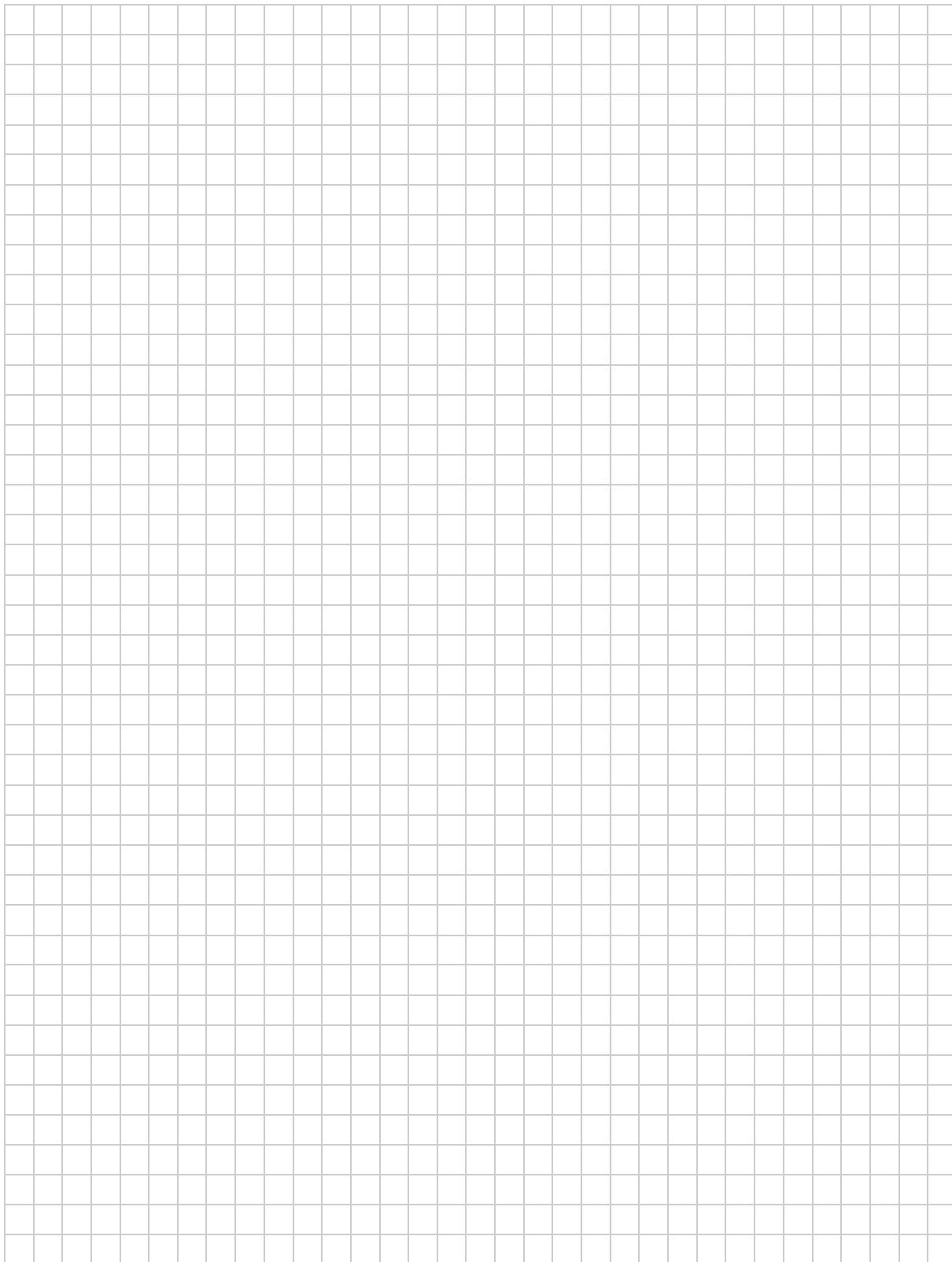




Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	8.1.	8.2.	8.3.	8.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 9. (5 pkt)

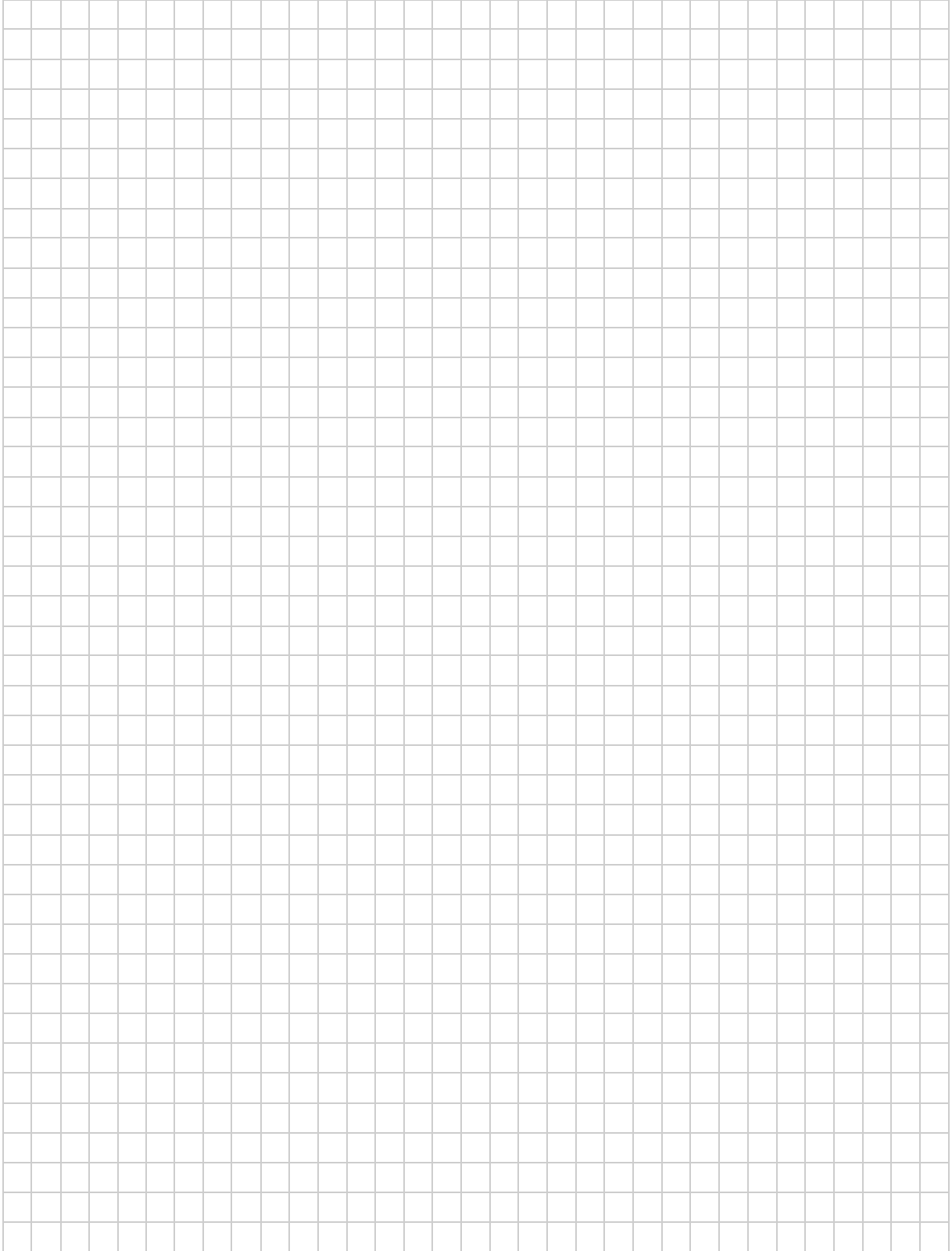
W układzie współrzędnych narysuj okrąg o równaniu $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$ oraz zaznacz punkt $A = (0, -1)$. Prosta o równaniu $x=0$ jest jedną ze stycznych do tego okręgu przechodzących przez punkt A . Wyznacz równanie drugiej stycznej do tego okręgu, przechodzącej przez punkt A .



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	9.1.	9.2.	9.3.	9.4.	9.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 10. (4 pkt)

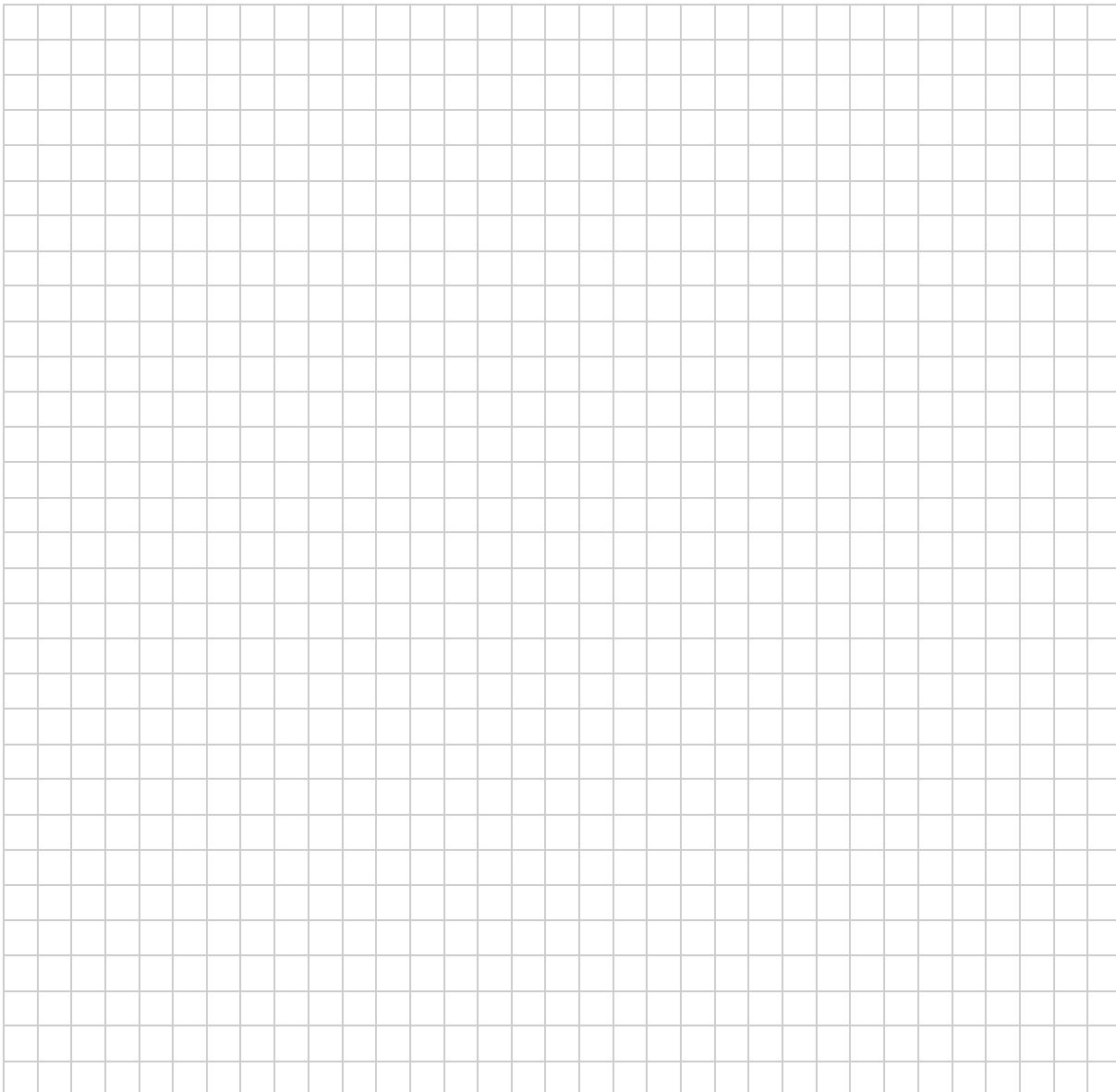
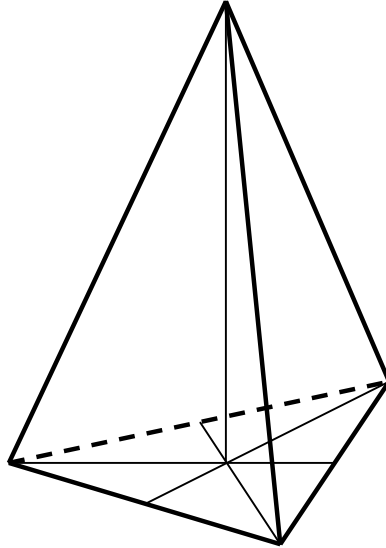
W urnie znajdują się jedynie kule białe i czarne. Kul białych jest trzy razy więcej niż czarnych. Oblicz, ile jest kul w urnie, jeśli przy jednoczesnym losowaniu dwóch kul prawdopodobieństwo otrzymania kul o różnych kolorach jest większe od $\frac{9}{22}$.

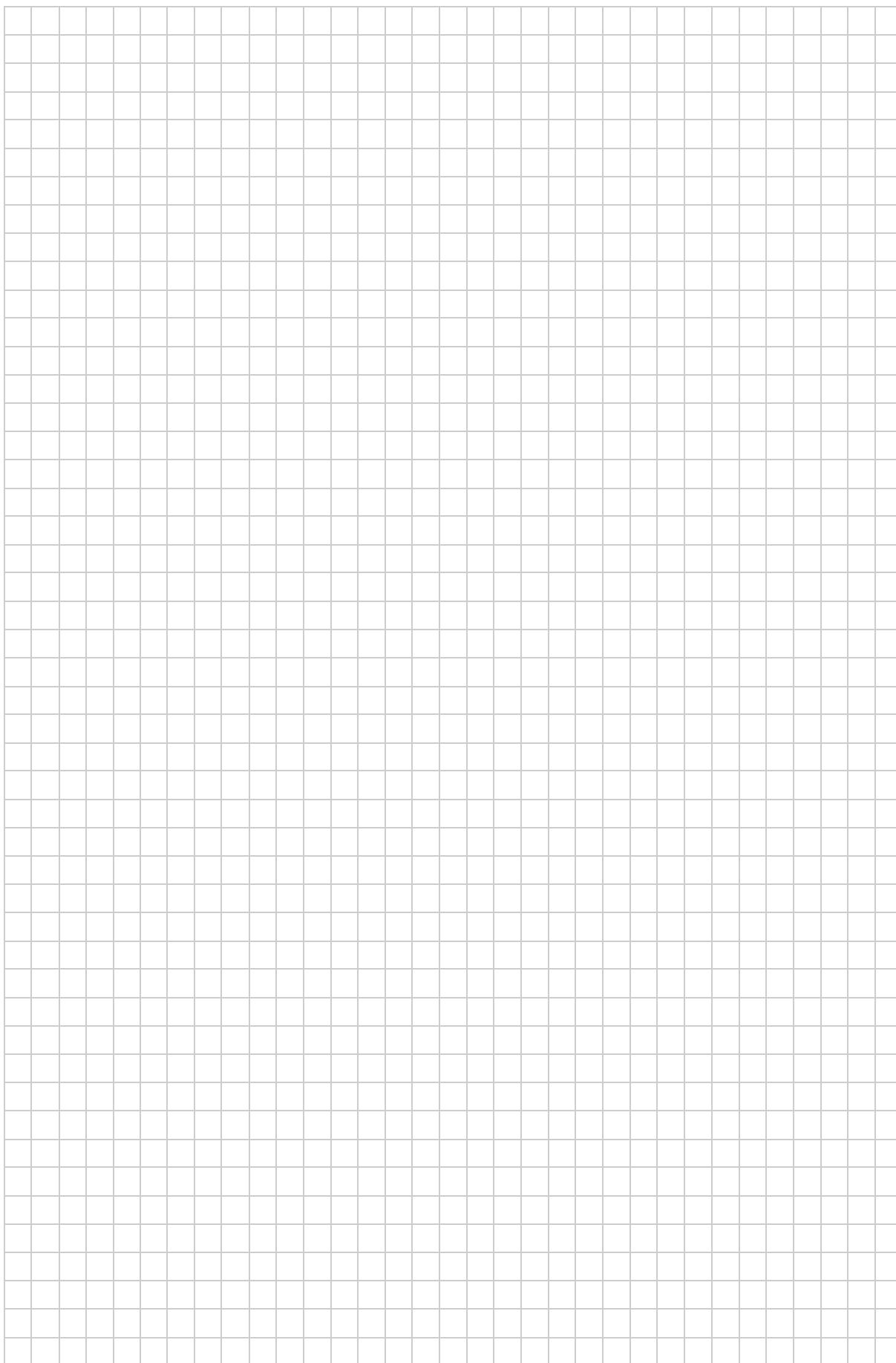


Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	10.1.	10.2.	10.3.	10.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 11. (6 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym krawędź podstawy ma długość a i krawędź boczna jest od niej dwa razy dłuższa. Oblicz cosinus kąta między krawędzią boczną i krawędzią podstawy ostrosłupa. Narysuj przekrój ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej krawędzi bocznej i oblicz pole tego przekroju.





Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	11.1.	11.2.	11.3.	11.4.	11.5.	11.6.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt						

BRUDNOPIS