

**Miejsce  
na naklejkę**

**MMA-R1\_1P-082**

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM ROZSZERZONY**

**MAJ  
ROK 2008**

**Czas pracy 180 minut**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

***Życzymy powodzenia!***

**Wypełnia zdający  
przed rozpoczęciem pracy**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

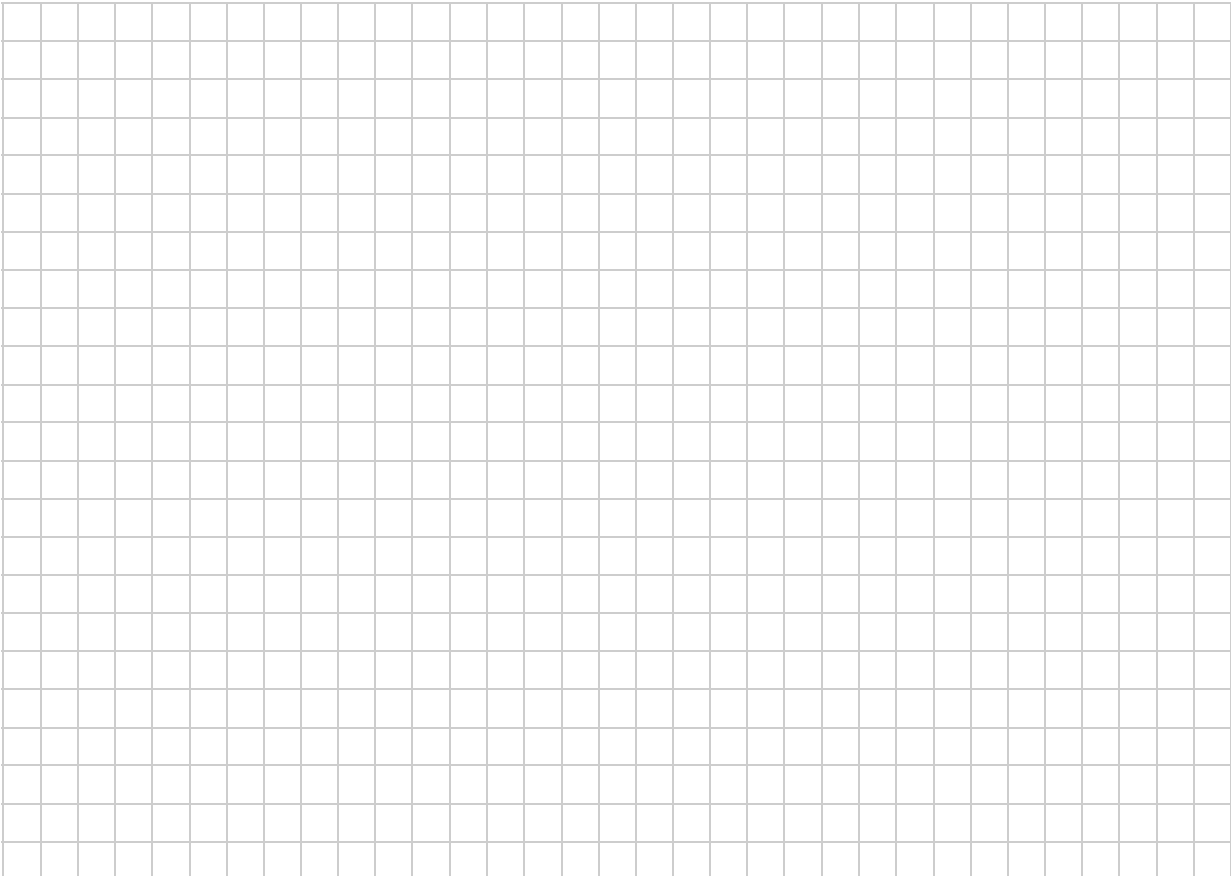
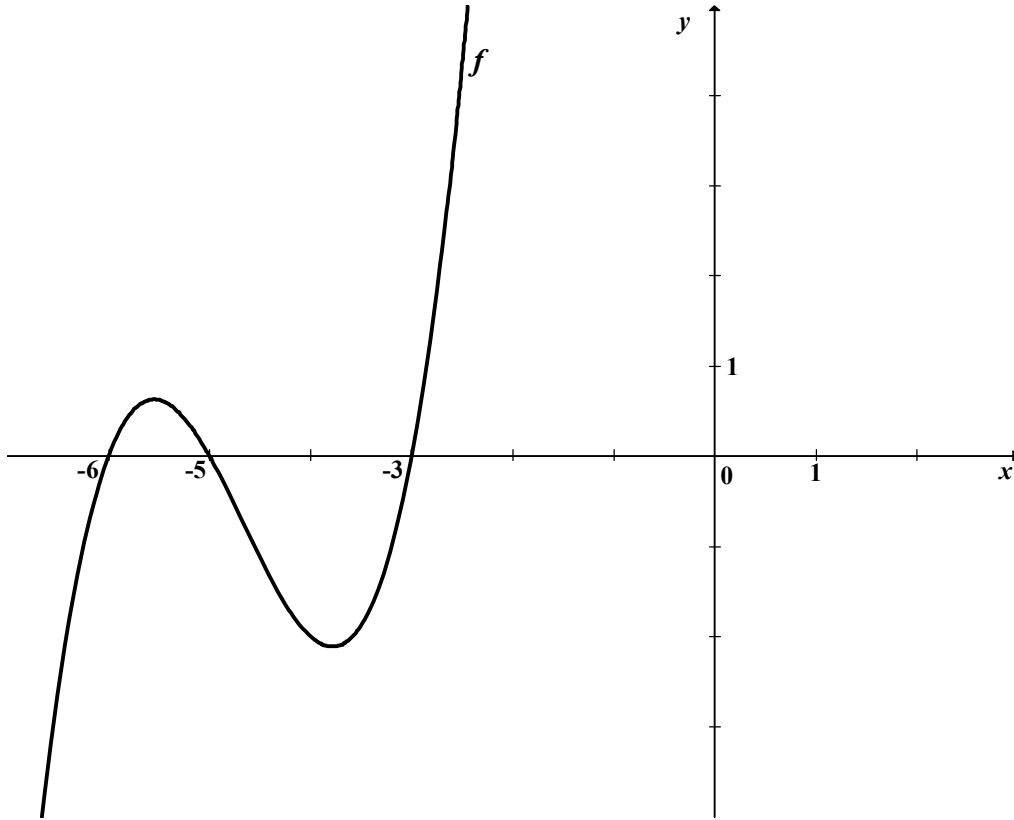
**PESEL ZDAJĄCEGO**

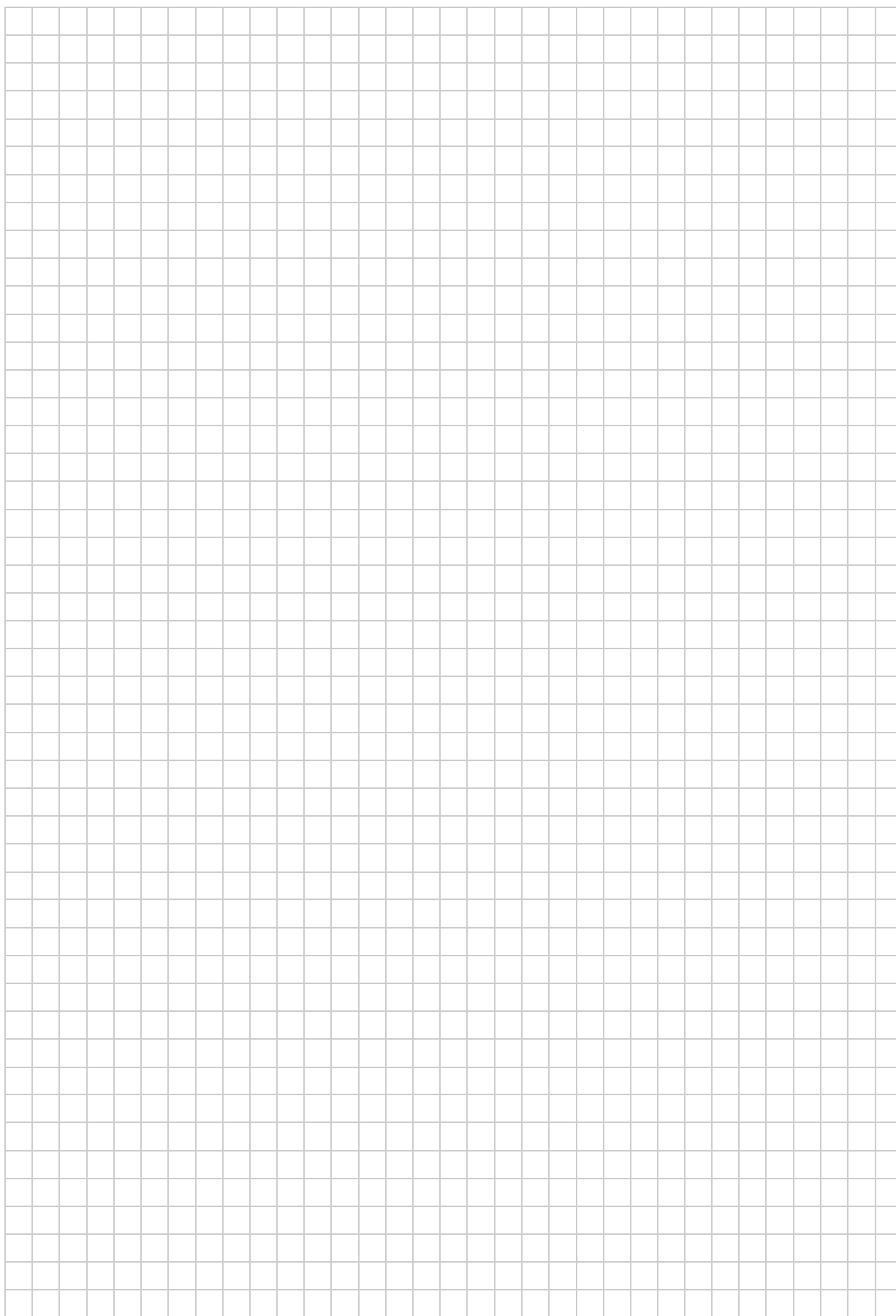
--	--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

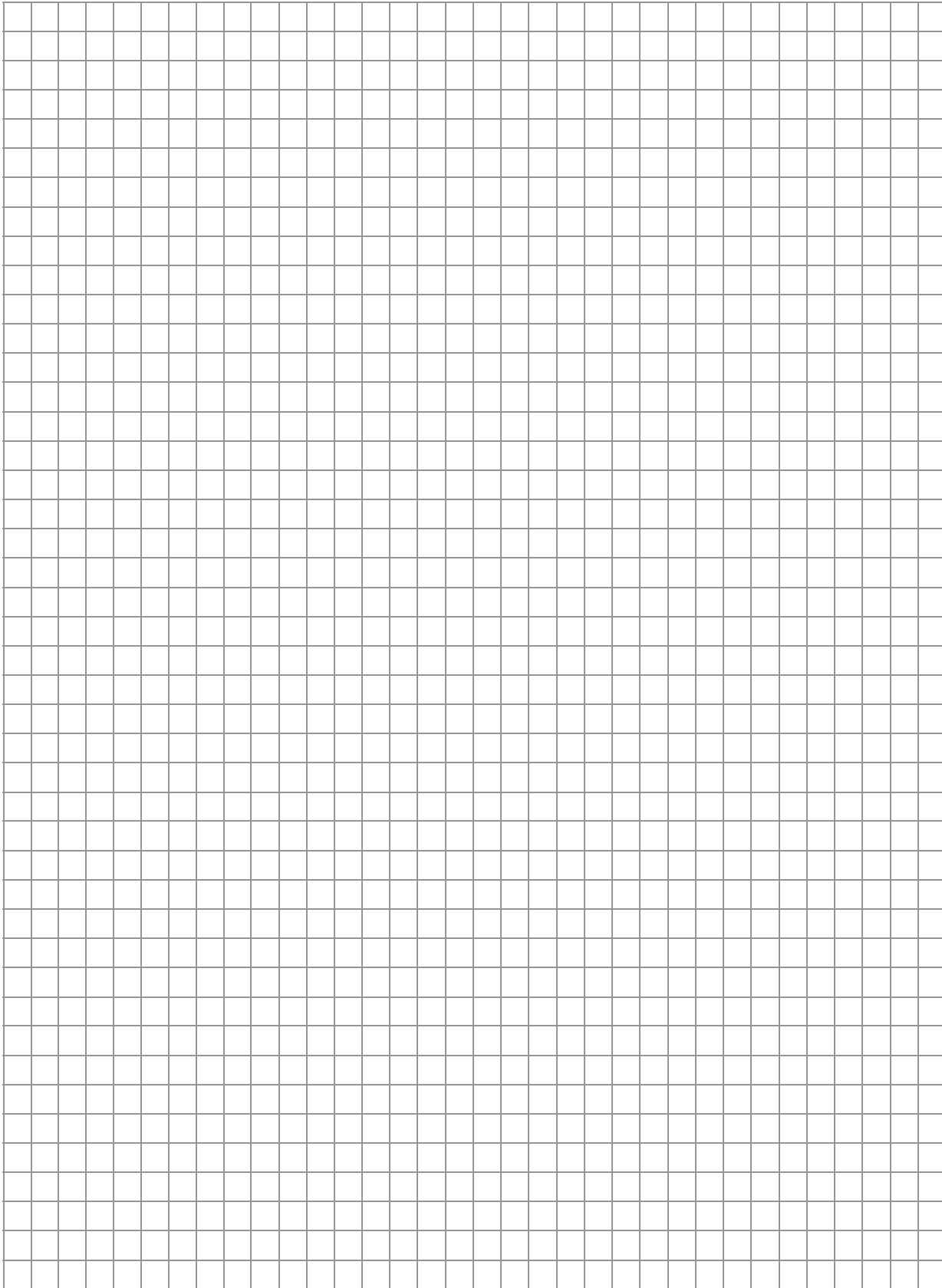
**Zadanie 1. (4 pkt)**

Wielomian  $f$ , którego fragment wykresu przedstawiono na poniższym rysunku spełnia warunek  $f(0) = 90$ . Wielomian  $g$  dany jest wzorem  $g(x) = x^3 - 14x^2 + 63x - 90$ . Wykaż, że  $g(x) = -f(-x)$  dla  $x \in \mathbb{R}$ .





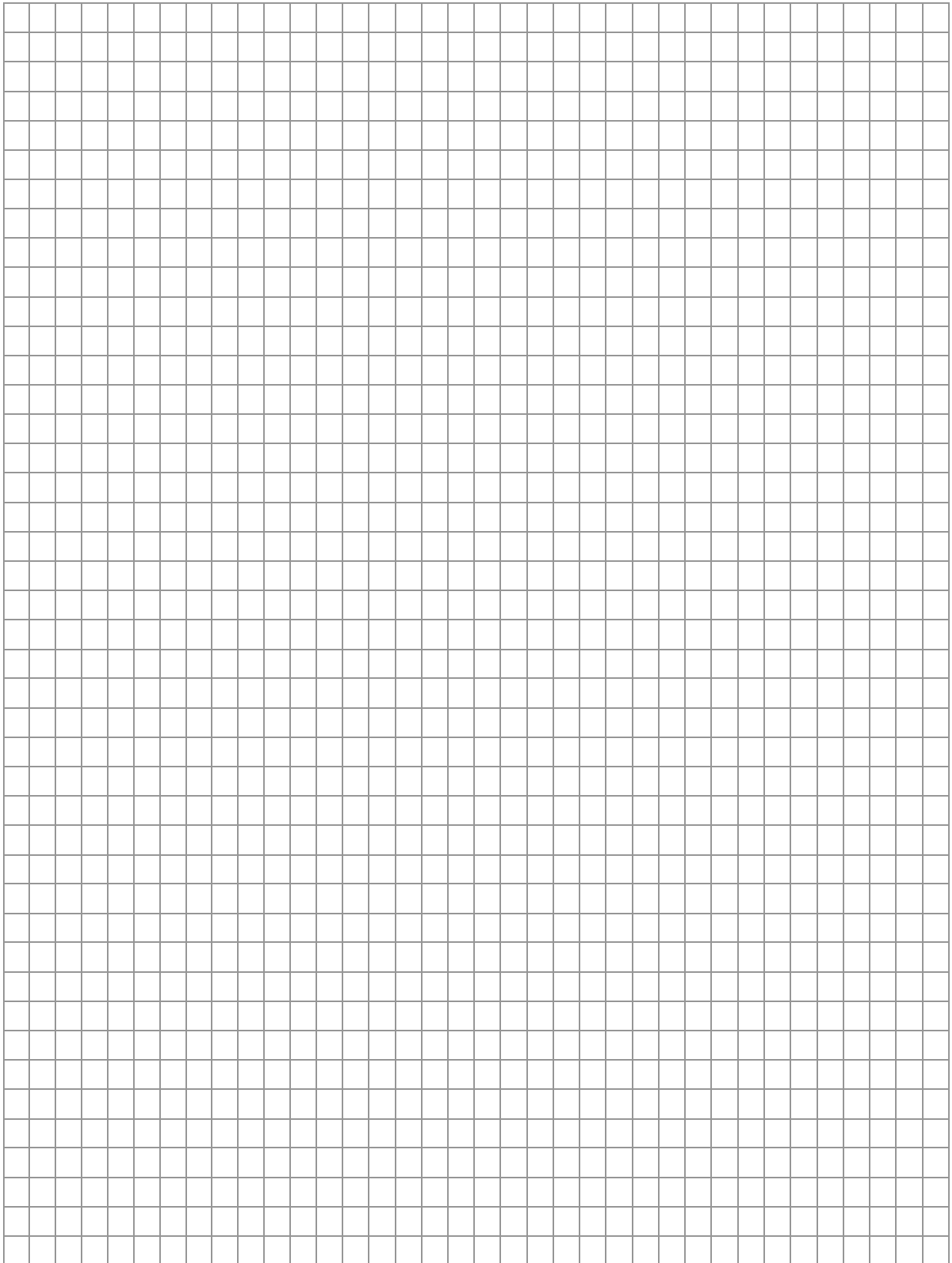
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>1.1</b>	<b>1.2</b>	<b>1.3</b>	<b>1.4</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 2. (4 pkt)**Rozwiąż nierówność  $|x - 2| + |3x - 6| < |x|$ .

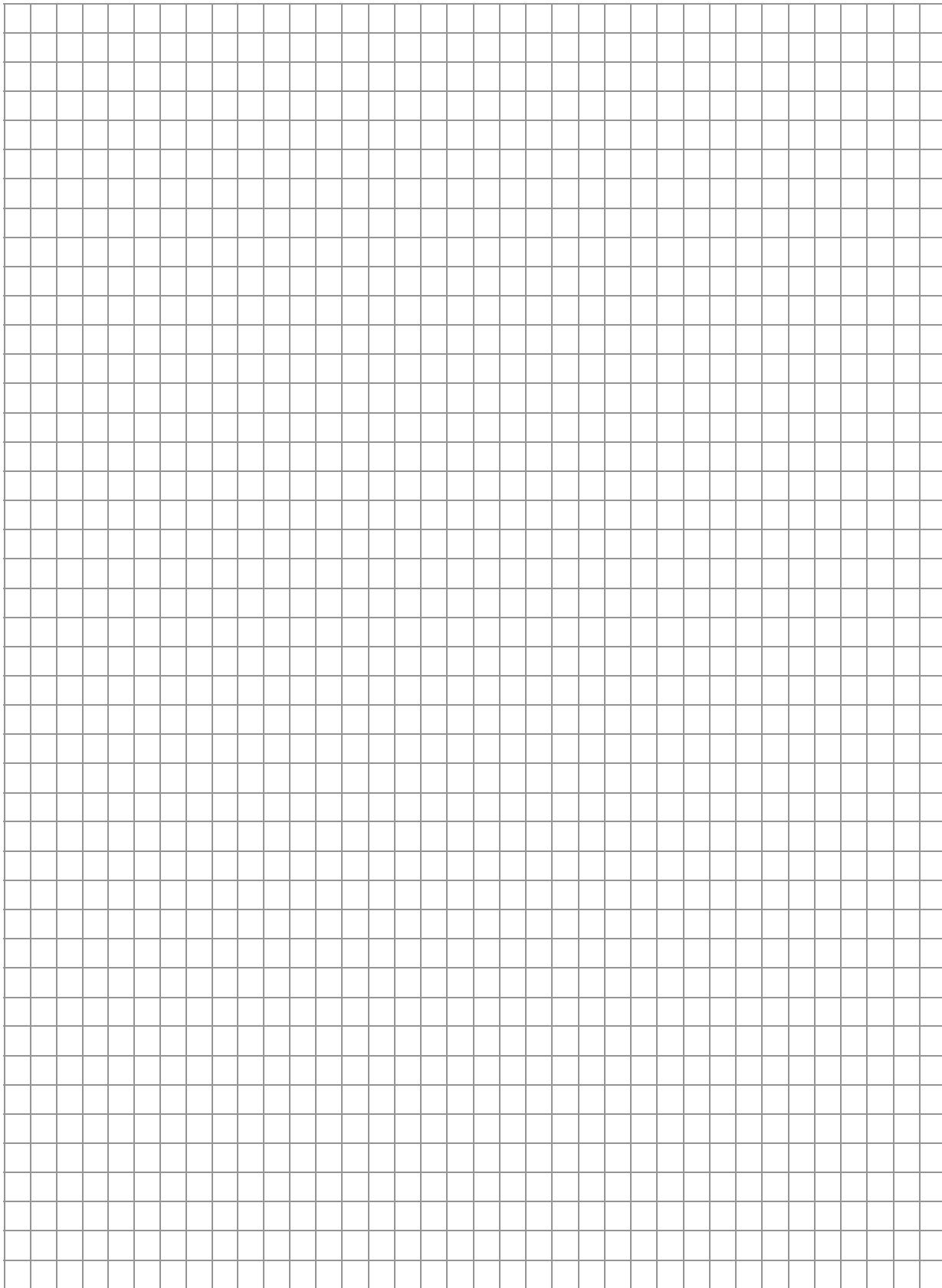
Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	2.1	2.2	2.3	2.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

**Zadanie 3. (5 pkt)**

Liczby  $x_1 = \sqrt{23}$  i  $x_2 = 5 - \sqrt{23}$  są rozwiązaniami równania  $x^2 - (p^2 + q^2)x + (p + q) = 0$  z niewiadomą  $x$ . Oblicz wartości  $p$  i  $q$ .



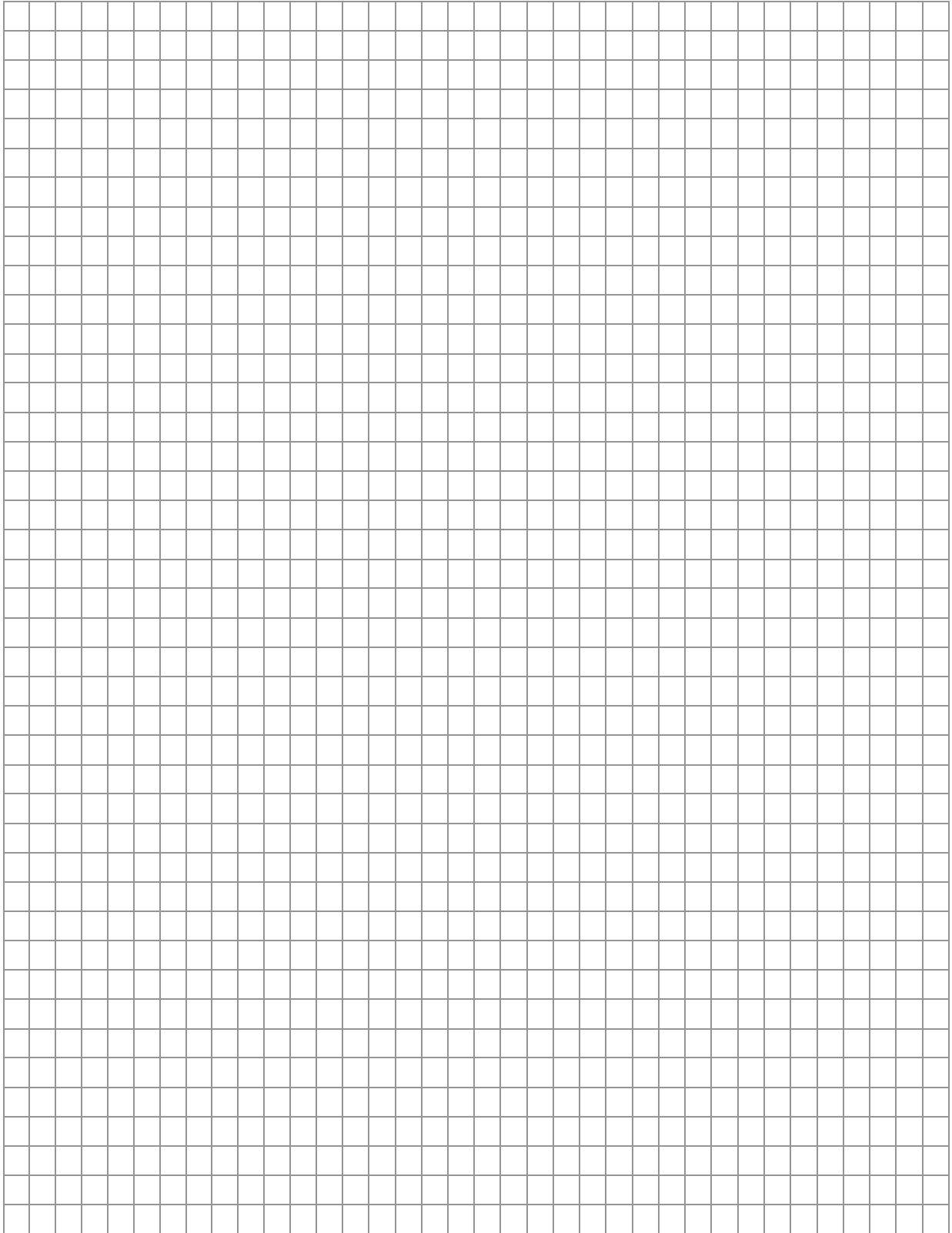
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>3.1</b>	<b>3.2</b>	<b>3.3</b>	<b>3.4</b>	<b>3.5</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>					

**Zadanie 4. (4 pkt)**Rozwiąż równanie  $4\cos^2 x = 4\sin x + 1$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .

<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>4.1</b>	<b>4.2</b>	<b>4.3</b>	<b>4.4</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 5. (5 pkt)**

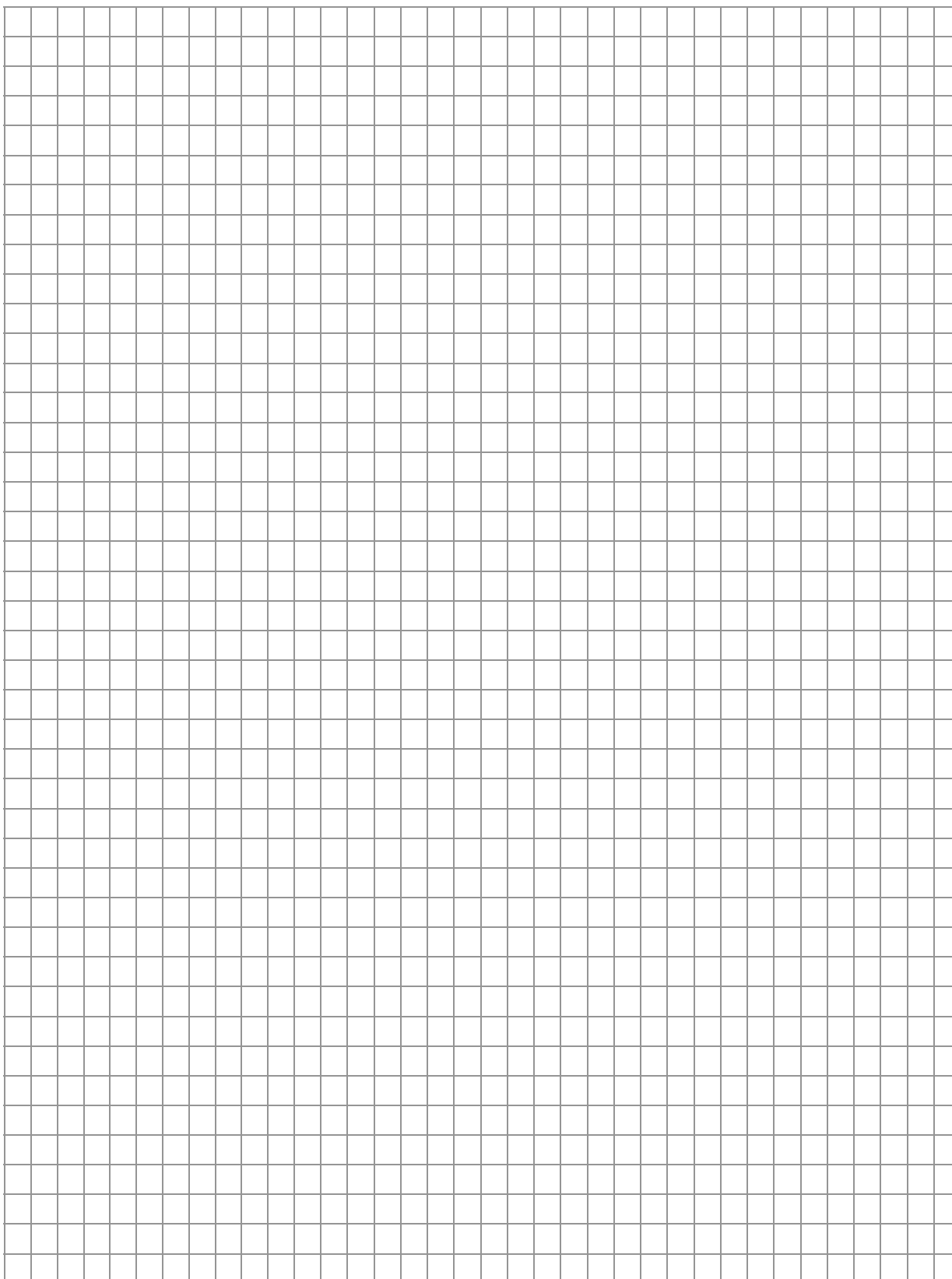
Dane jest równanie  $\left| \frac{2}{x} + 3 \right| = p$  z niewiadomą  $x$ . Wyznacz liczbę rozwiązań tego równania w zależności od parametru  $p$ .



<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>5.1</b>	<b>5.2</b>	<b>5.3</b>	<b>5.4</b>	<b>5.5</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>					

**Zadanie 6. (3 pkt)**

Udowodnij, że jeżeli ciąg  $(a, b, c)$  jest jednocześnie arytmetyczny i geometryczny, to  $a = b = c$ .

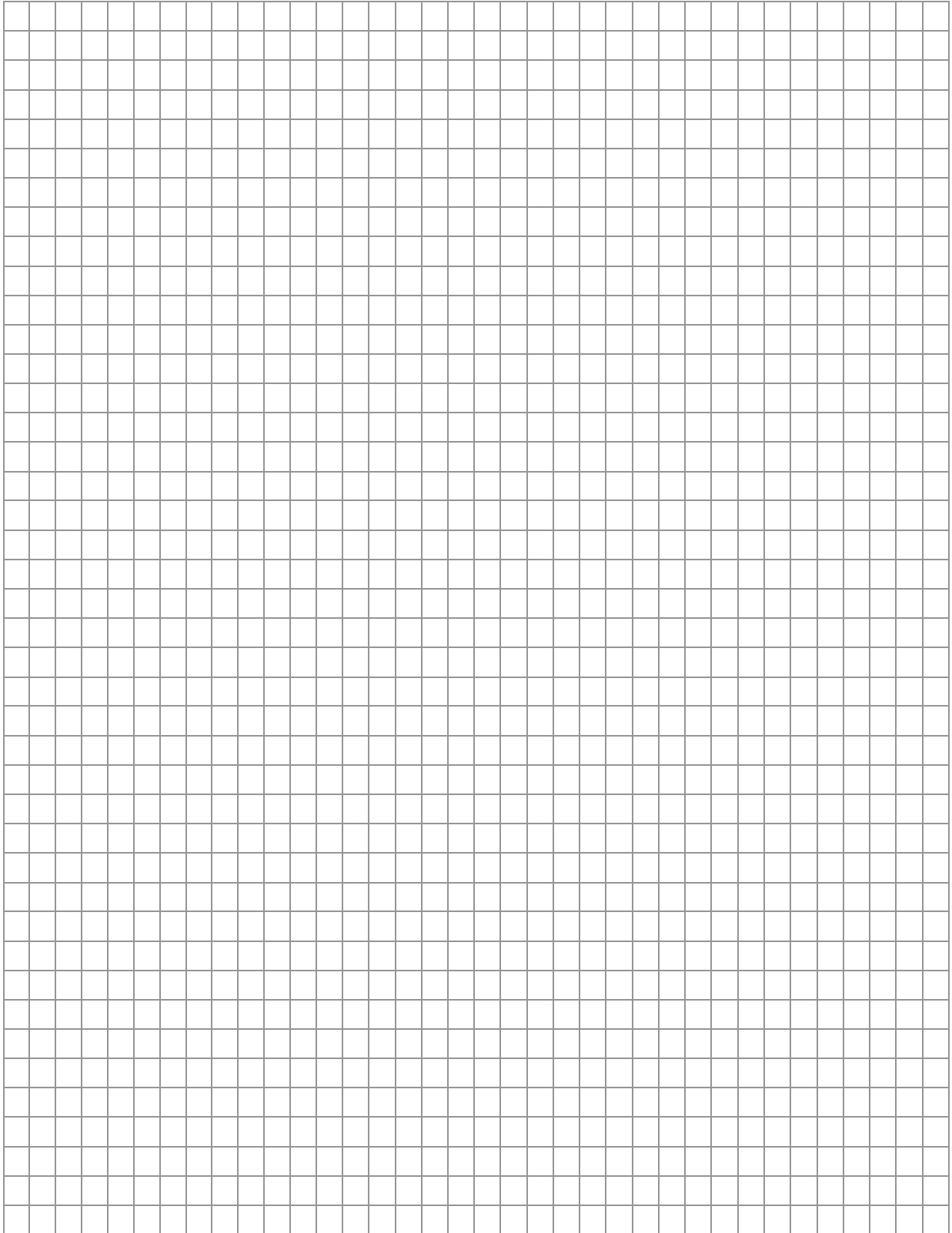


Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	6.1	6.2	6.3
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			



**Zadanie 7. (4 pkt)**

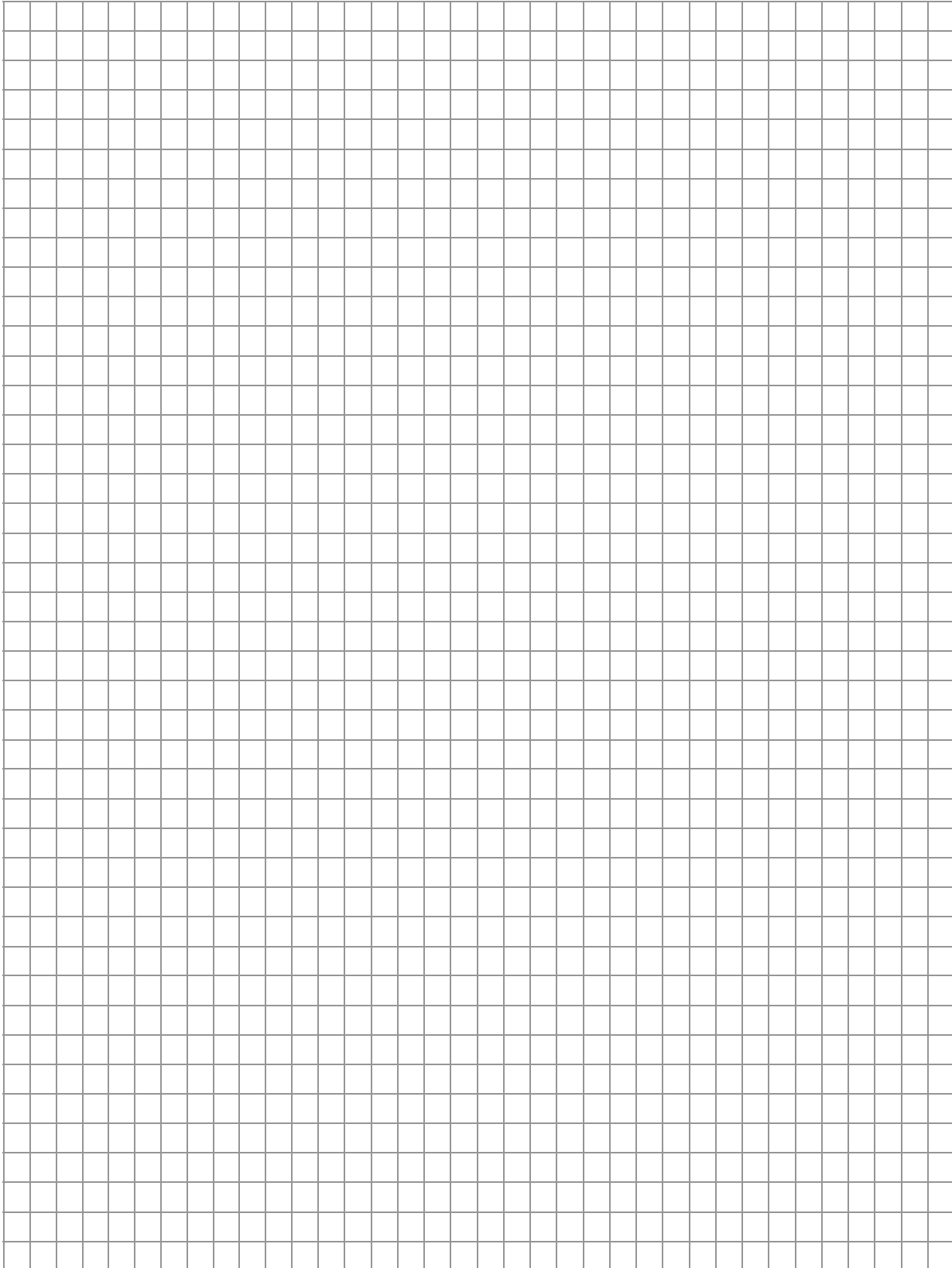
Uzasadnij, że każdy punkt paraboli o równaniu  $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$  jest równoodległy od osi  $Ox$  i od punktu  $F = (0, 2)$ .

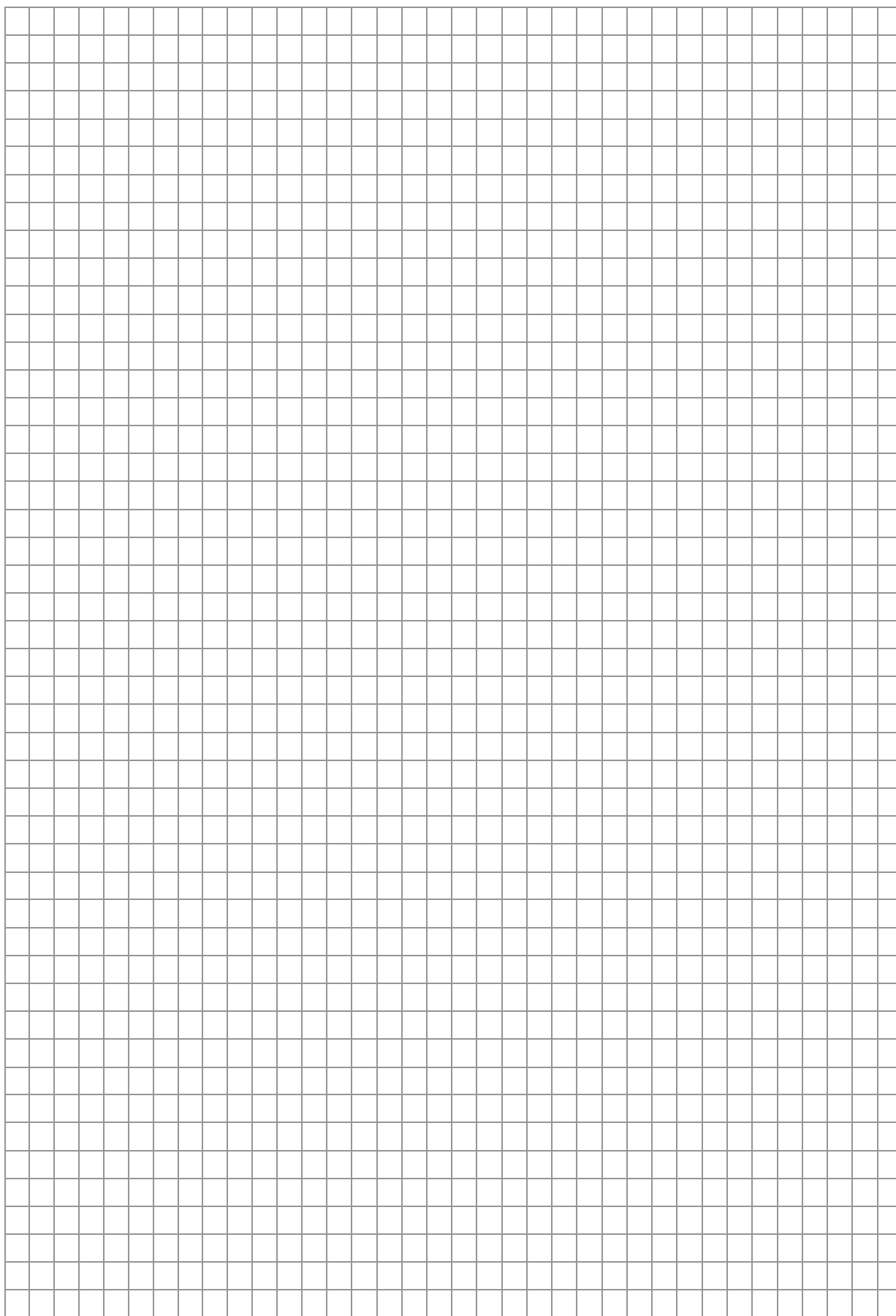


Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	7.1	7.2	7.3	7.4
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

**Zadanie 8. (4 pkt)**

Wyznacz współrzędne środka jednokładności, w której obrazem okręgu o równaniu  $(x-16)^2 + y^2 = 4$  jest okrąg o równaniu  $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 16$ , a skala tej jednokładności jest liczbą ujemną.

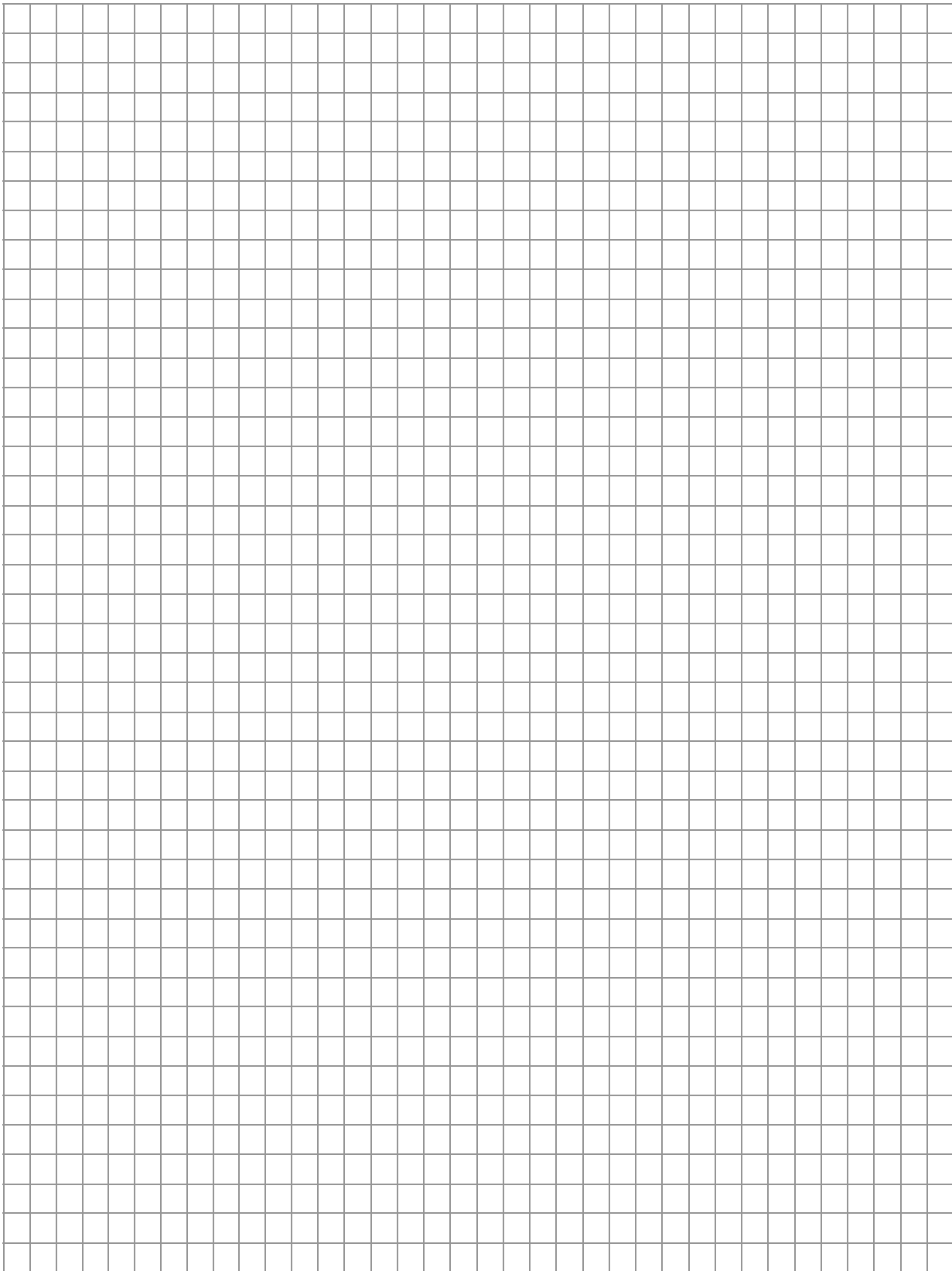




<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.1</b>	<b>8.2</b>	<b>8.3</b>	<b>8.4</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 9. (4 pkt)**

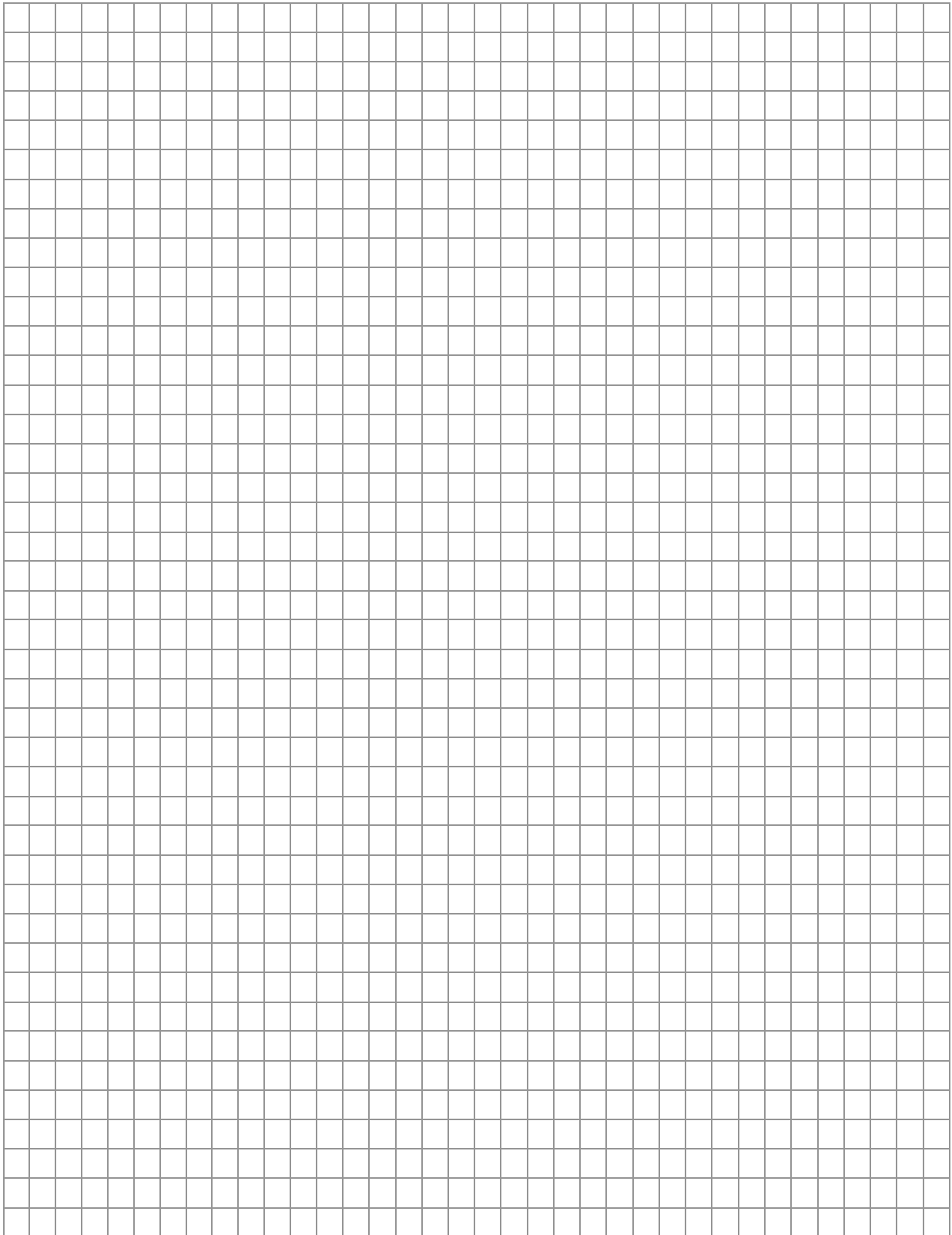
Wyznacz dziedzinę i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(8x - x^2)$ .



<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>9.1</b>	<b>9.2</b>	<b>9.3</b>	<b>9.4</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 10. (4 pkt)**

Z pewnej grupy osób, w której jest dwa razy więcej mężczyzn niż kobiet, wybrano losowo dwuosobową delegację. Prawdopodobieństwo tego, że w delegacji znajdują się tylko kobiety jest równe  $0,1$ . Oblicz, ile kobiet i ilu mężczyzn jest w tej grupie.

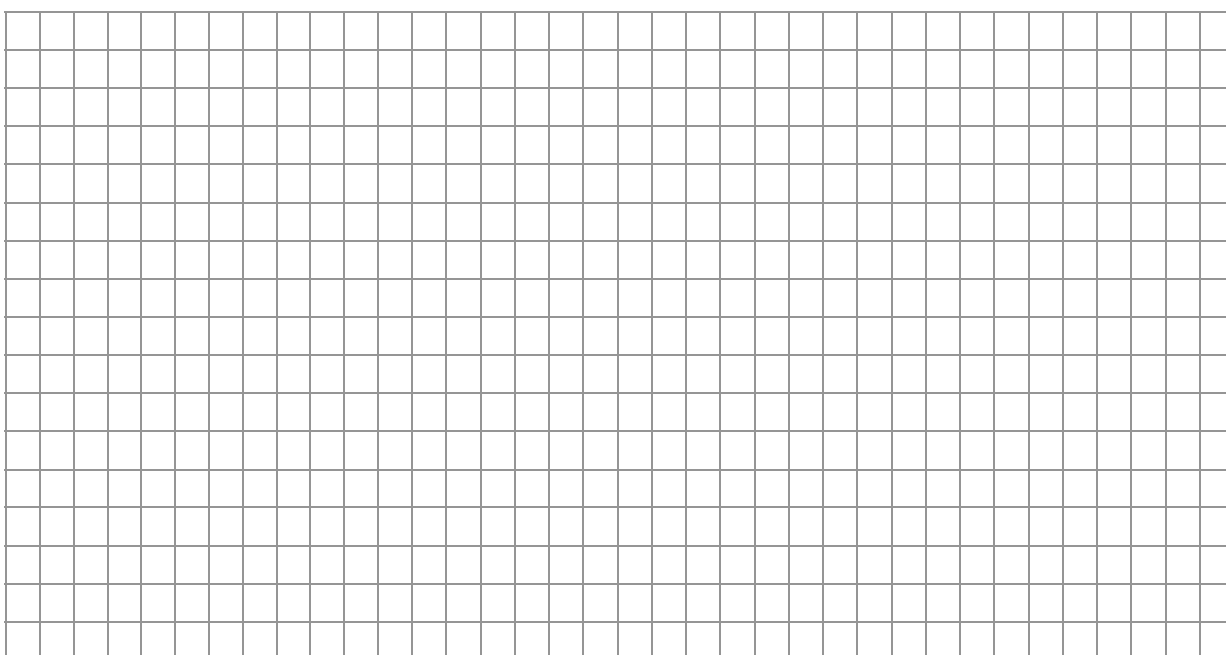
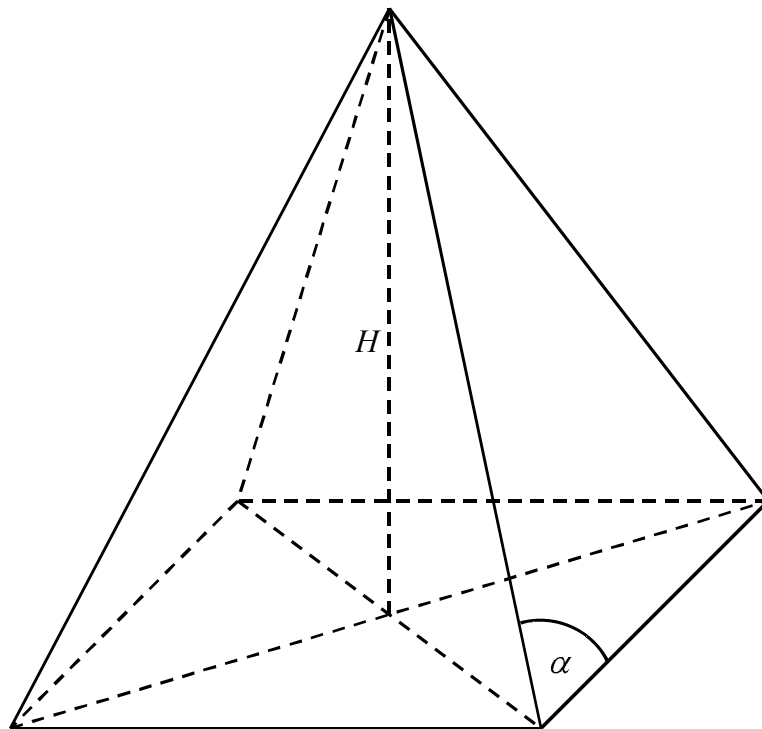


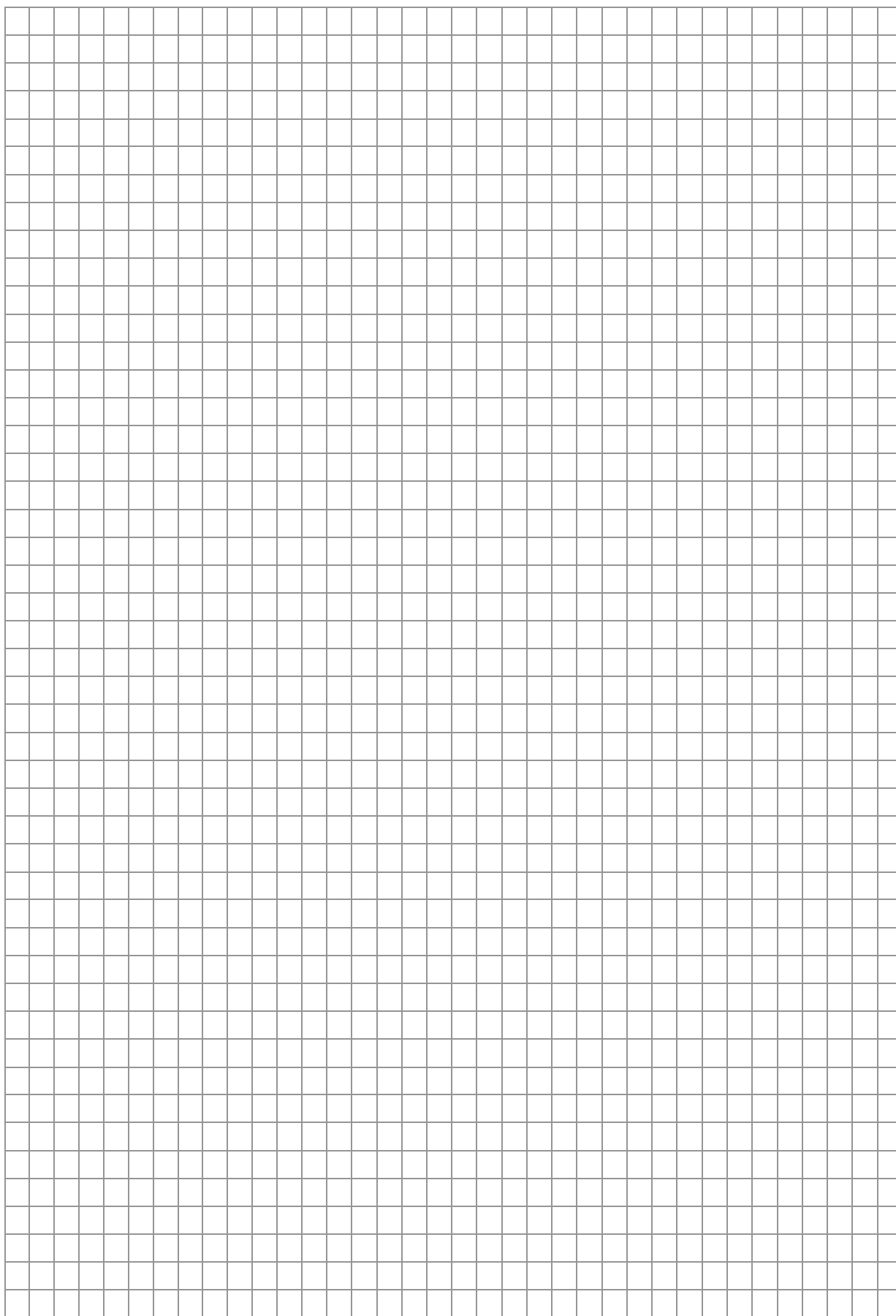
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>10.1</b>	<b>10.2</b>	<b>10.3</b>	<b>10.4</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 11. (5 pkt)**

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym dane są:  $H$  – wysokość ostrosłupa oraz  $\alpha$  – miara kąta utworzonego przez krawędź boczną i krawędź podstawy ( $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ ).

- a) Wykaż, że objętość  $V$  tego ostrosłupa jest równa  $\frac{4}{3} \cdot \frac{H^3}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}$ .
- b) Oblicz miarę kąta  $\alpha$ , dla której objętość  $V$  danego ostrosłupa jest równa  $\frac{2}{9} H^3$ . Wynik podaj w zaokrągleniu do całkowitej liczby stopni.

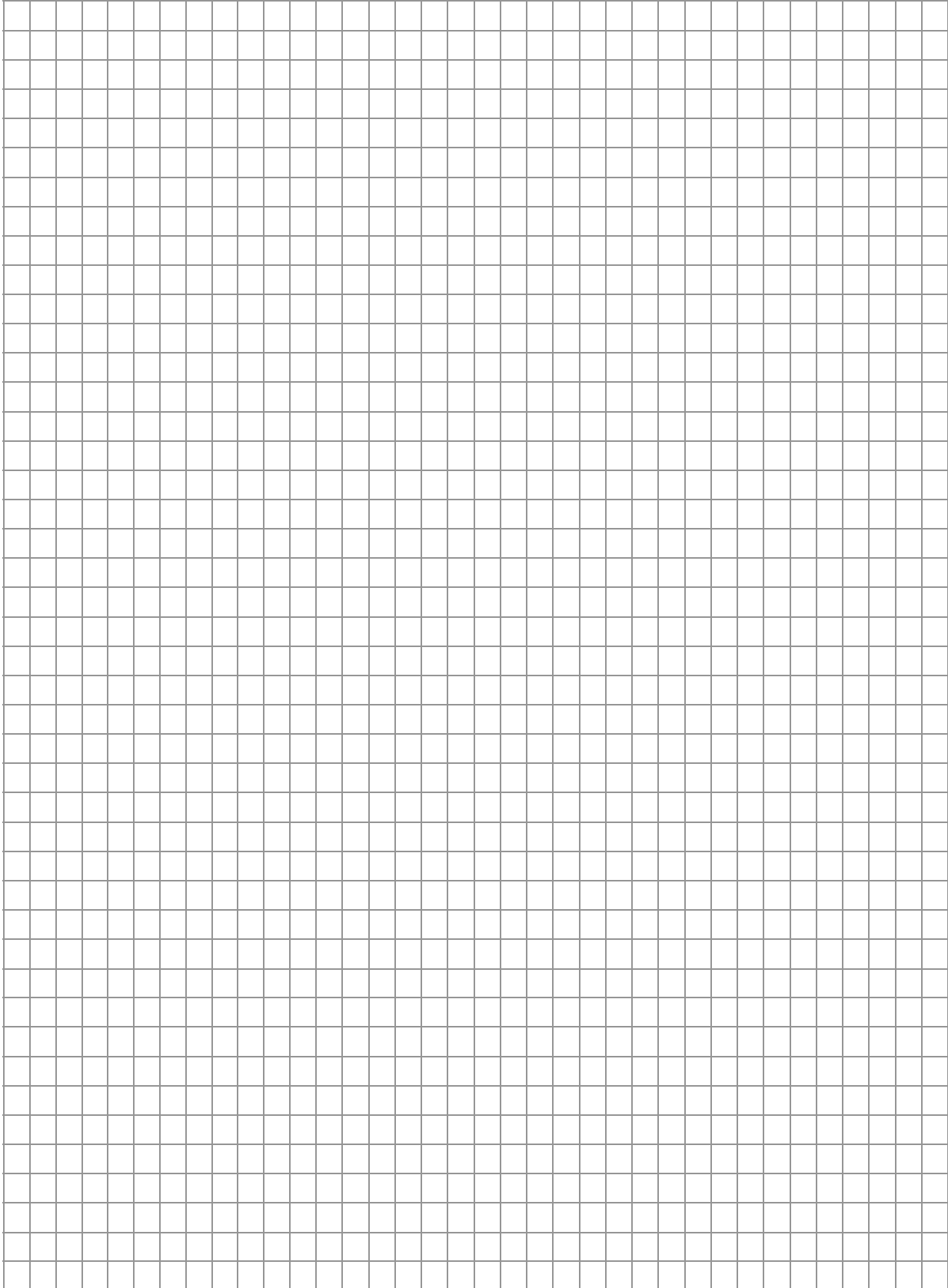




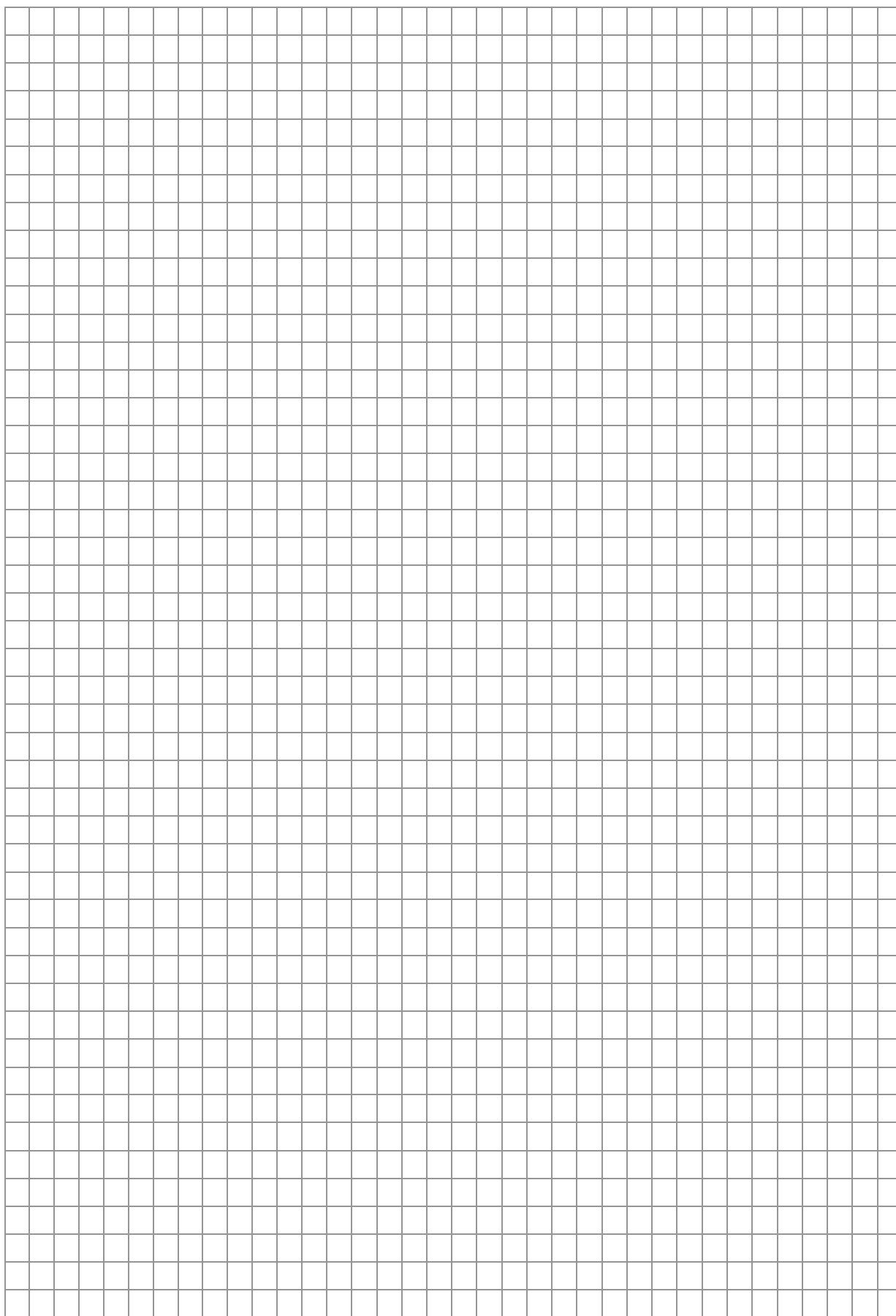
<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>11.1</b>	<b>11.2</b>	<b>11.3</b>	<b>11.4</b>	<b>11.5</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>					

**Zadanie 12. (4 pkt)**

W trójkącie prostokątnym  $ABC$  przyprostokątne mają długości:  $|BC| = 9$ ,  $|CA| = 12$ . Na boku  $AB$  wybrano punkt  $D$  tak, że odcinki  $BC$  i  $CD$  mają równe długości. Oblicz długość odcinka  $AD$ .







<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>12.1</b>	<b>12.2</b>	<b>12.3</b>	<b>12.4</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**BRUDNOPIS**