



dysleksja

MATERIAŁ DIAGNOSTYCZNY Z MATEMATYKI

Arkusz II

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

Instrukcja dla ucznia

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 12 ponumerowanych stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego badanie.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje uczeń. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla ocenającego.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊙ i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

ARKUSZ II

GRUDZIEŃ

ROK 2005

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Wypełnia uczeń przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL UCZNI

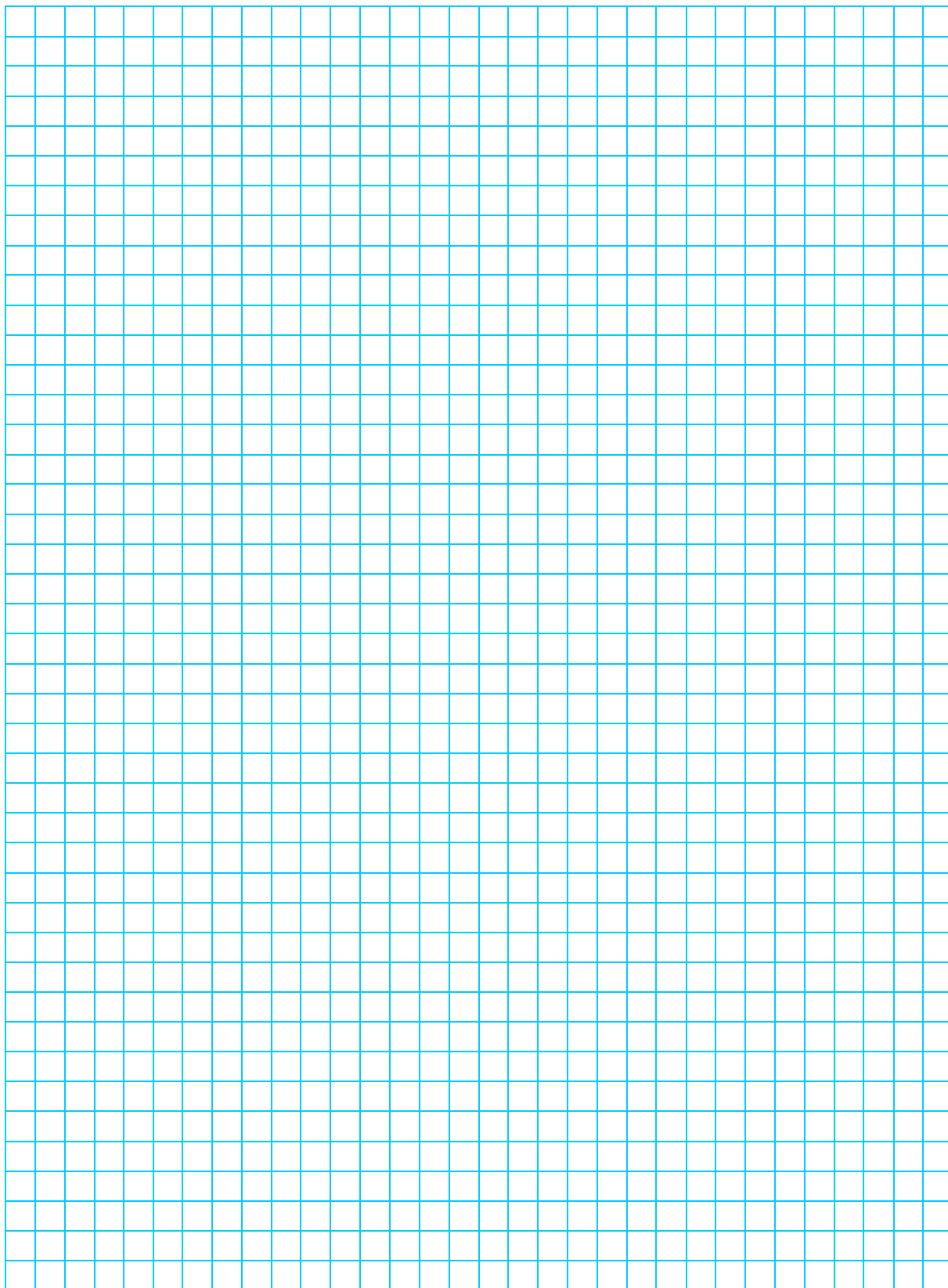
Wypełnia uczeń
przed rozpoczęciem
pracy

--	--	--

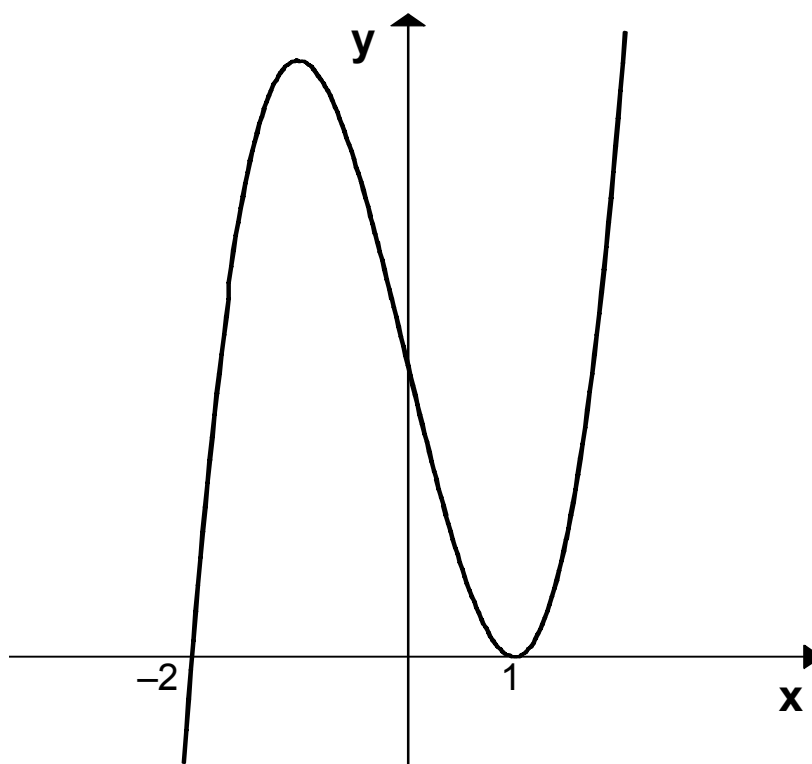
KOD UCZNI

Zadanie 11. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie liczby całkowite k , dla których funkcja $f(x) = x^2 - 2^k \cdot x + 2^k + \frac{5}{4}$ przyjmuje wartości dodatnie dla każdego $x \in R$.

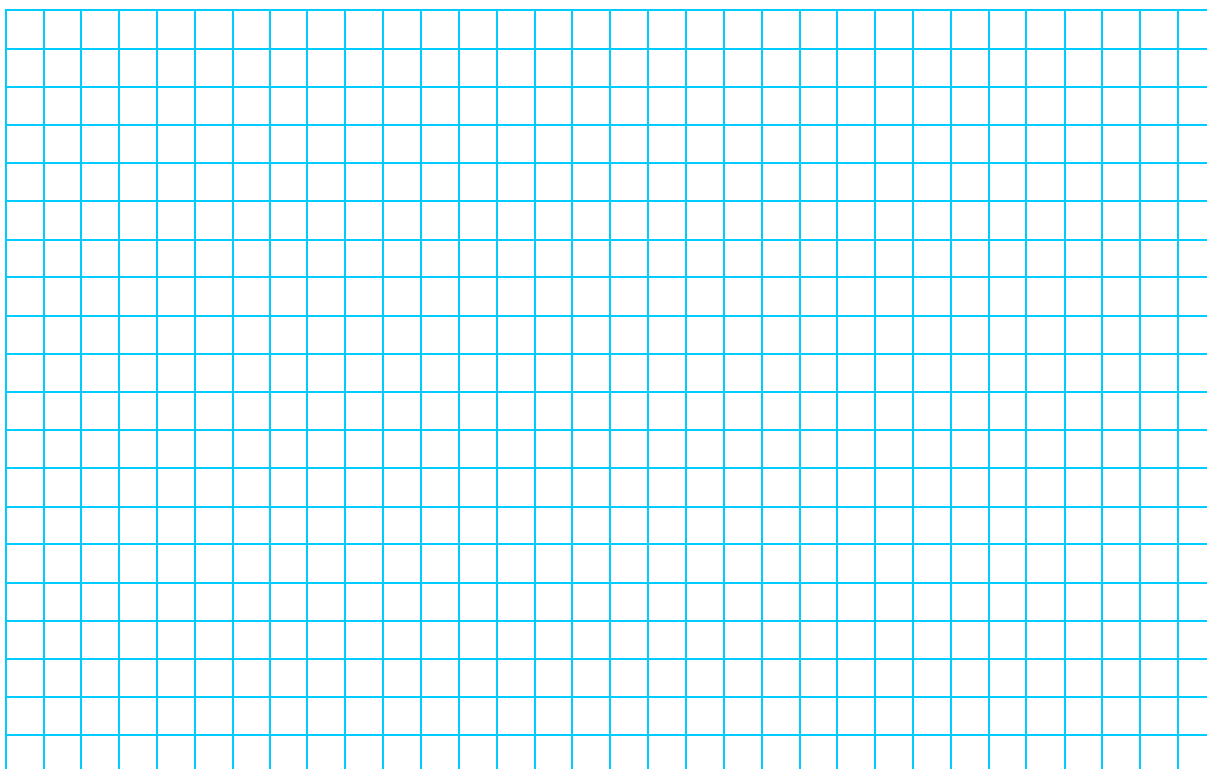


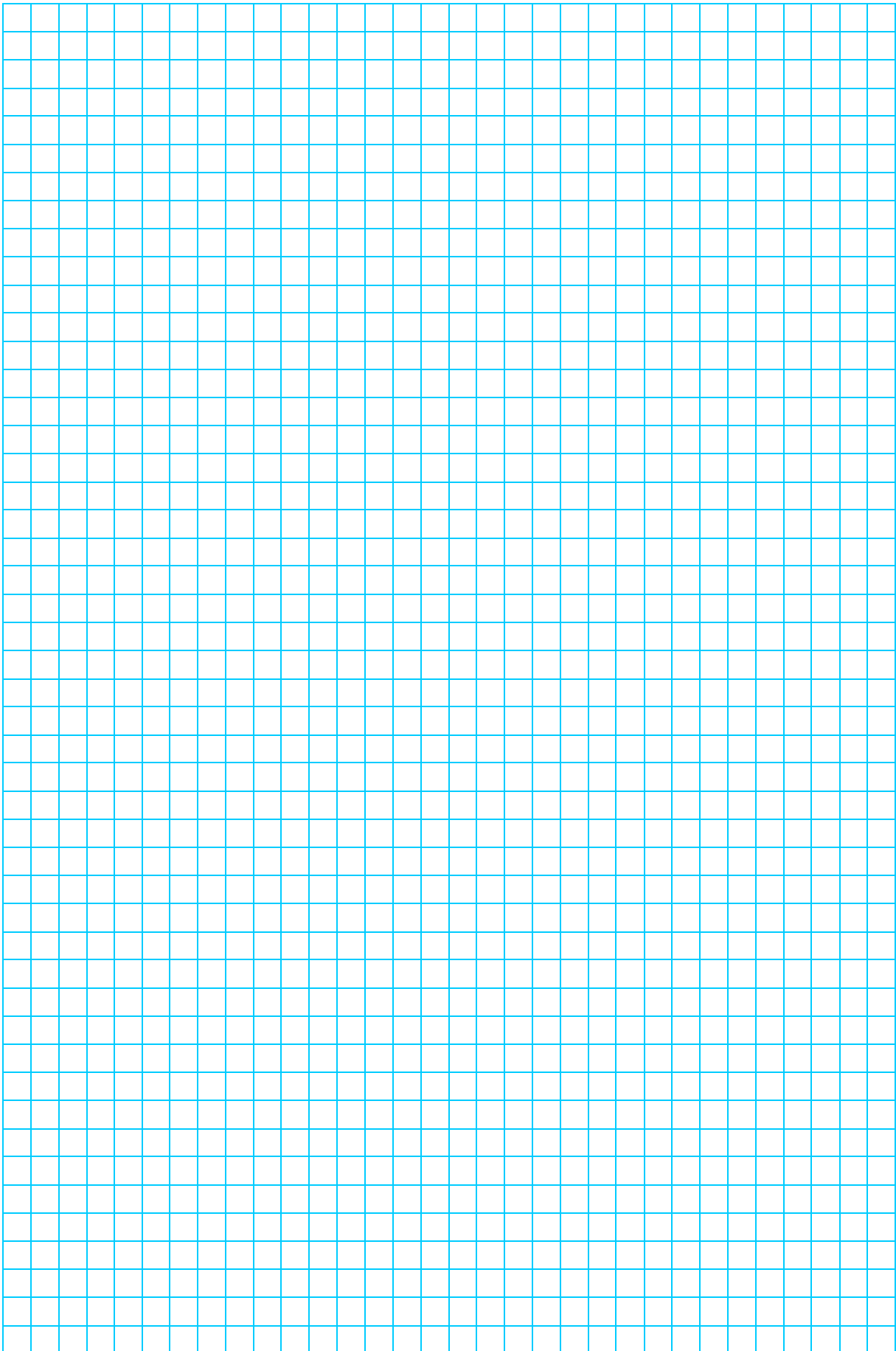
Zadanie 12. (5 pkt)



Powyższy rysunek przedstawia fragment wykresu pewnej funkcji wielomianowej $W(x)$ stopnia trzeciego. Jedynymi miejscami zerowymi tego wielomianu są liczby (-2) oraz 1 , a pochodna $W'(-2) = 18$.

- Wyznacz wzór wielomianu $W(x)$.
- Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu tego wielomianu w punkcie o odciętej $x = 3$.

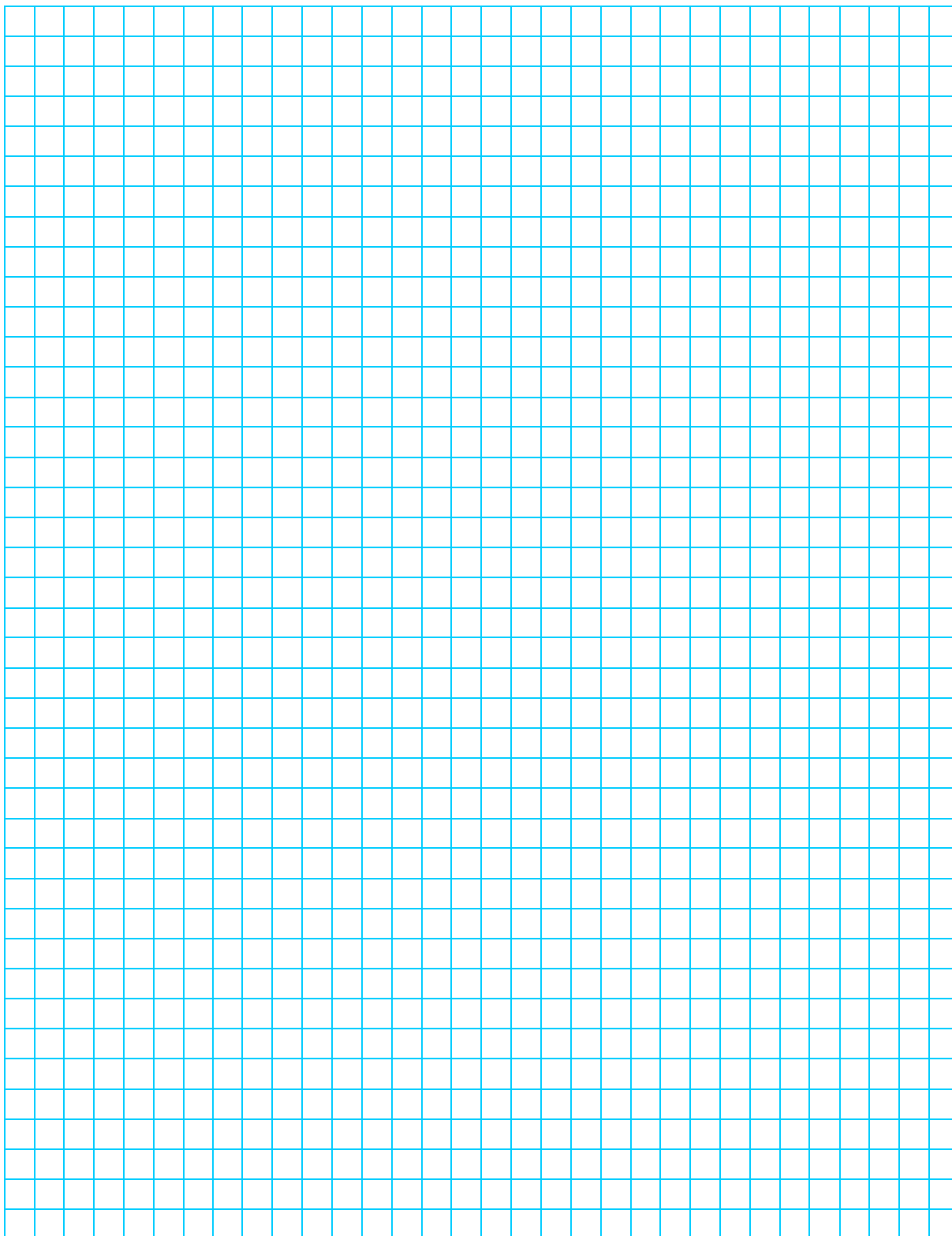




Zadanie 13. (5 pkt)

Sporządź wykres funkcji $f(x) = \left| \frac{x-4}{x-2} \right|$, a następnie korzystając z tego wykresu, wyznacz

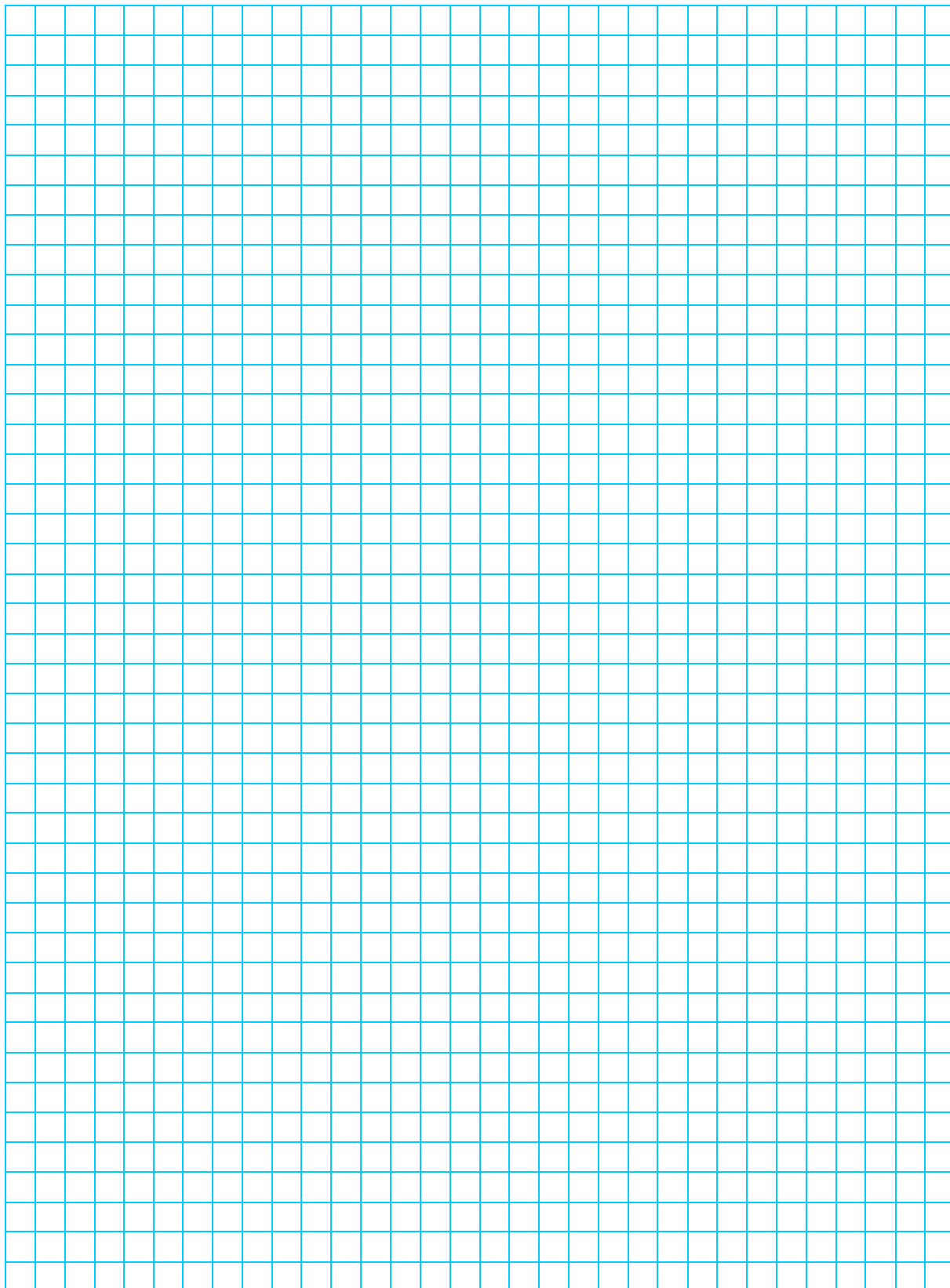
wszystkie wartości parametru k , dla których równanie $\left| \frac{x-4}{x-2} \right| = k$, ma dwa rozwiązania, których iloczyn jest liczbą ujemną.



Zadanie 14. (4 pkt)

Niech $A, B \subset \Omega$ będą zdarzeniami losowymi, takimi że $P(A) = \frac{5}{12}$ oraz $P(B) = \frac{7}{11}$.

Zbadaj, czy zdarzenia A i B są rozłączne.

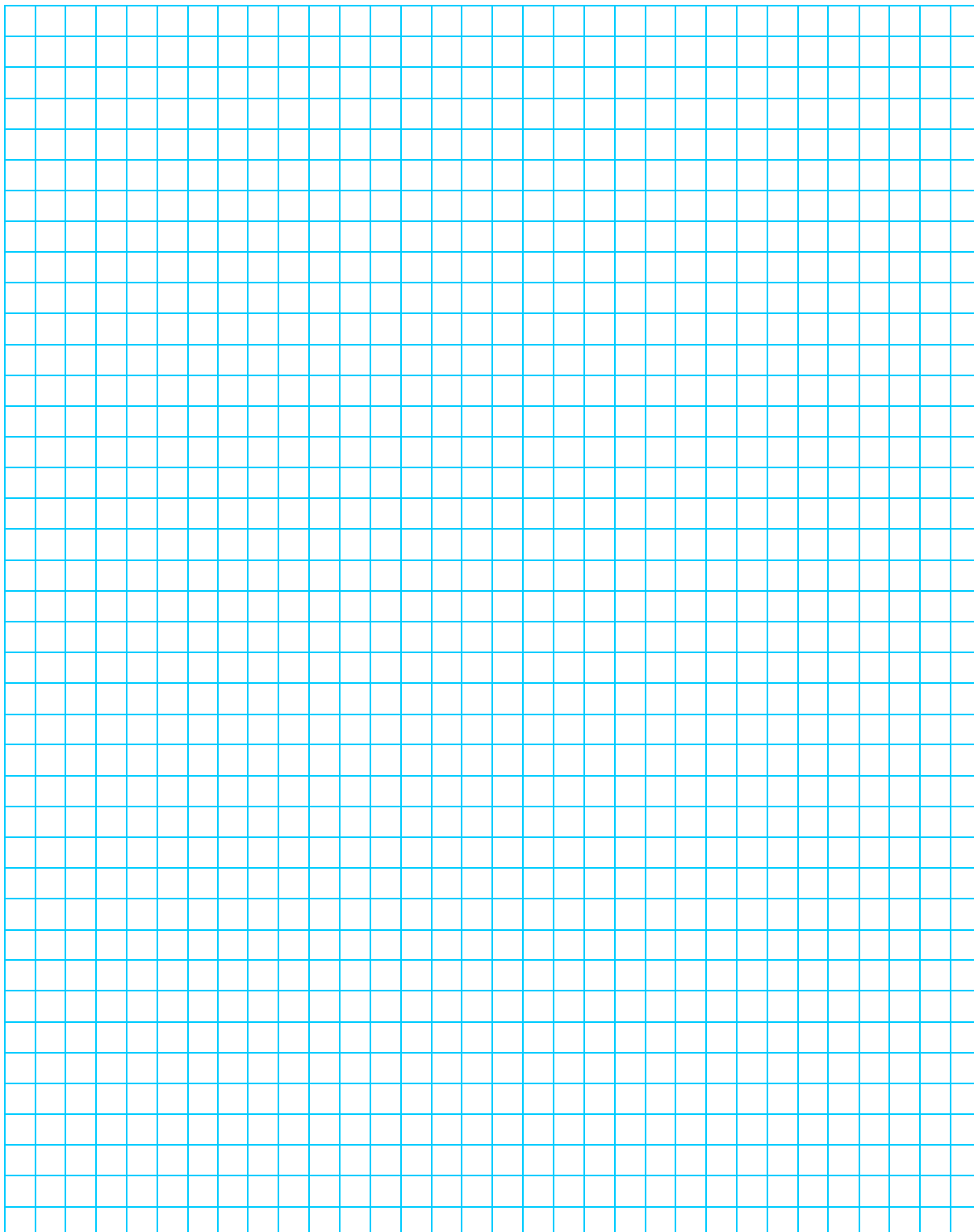


Zadanie 15. (5 pkt)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny postaci: $2, \frac{2}{p-1}, \frac{2}{(p-1)^2}, \frac{2}{(p-1)^3}, \dots$

Wyznacz wszystkie wartości p , dla których granicą tego ciągu jest liczba:

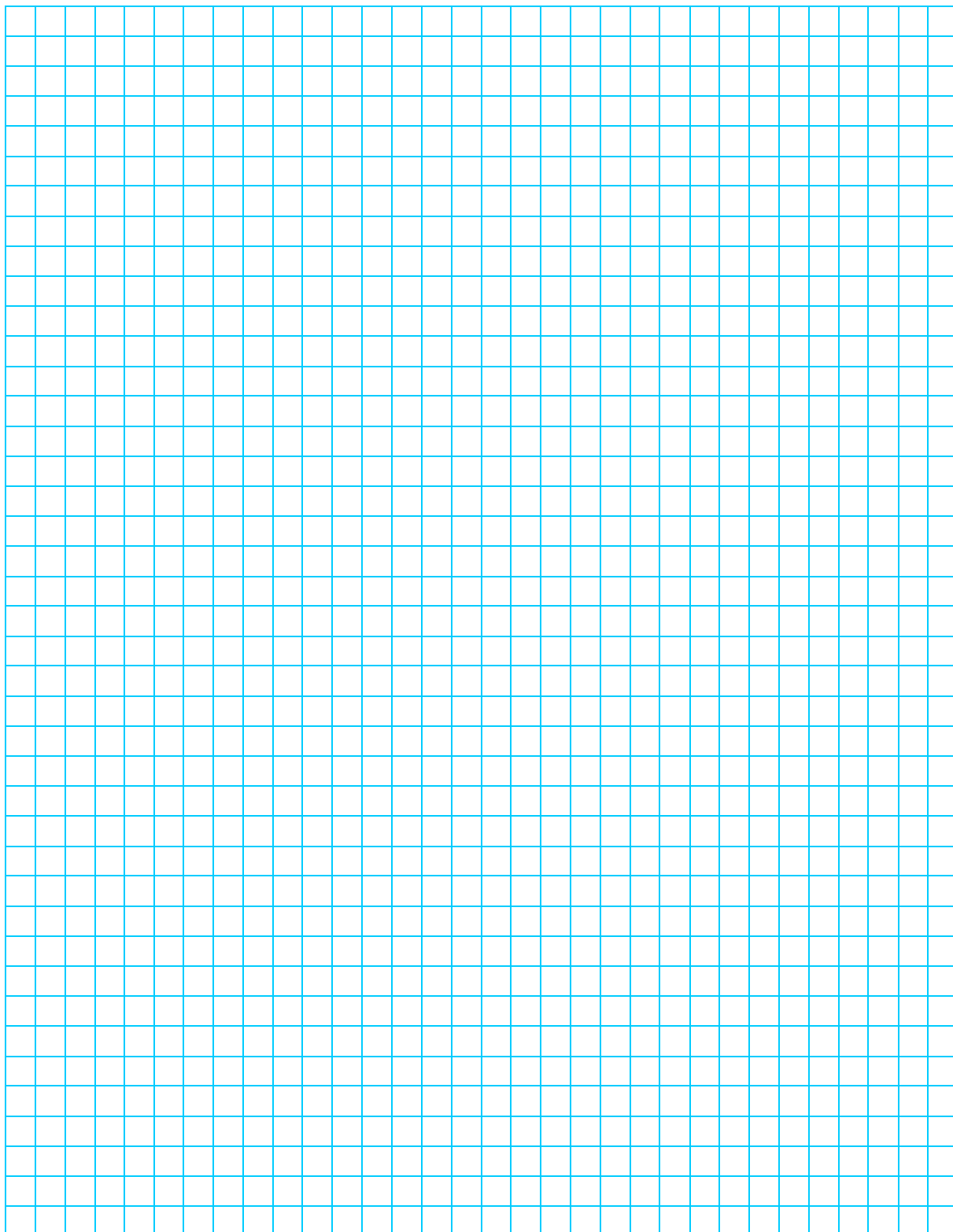
- a) 0.
- b) 2.



Zadanie 16. (7 pkt)

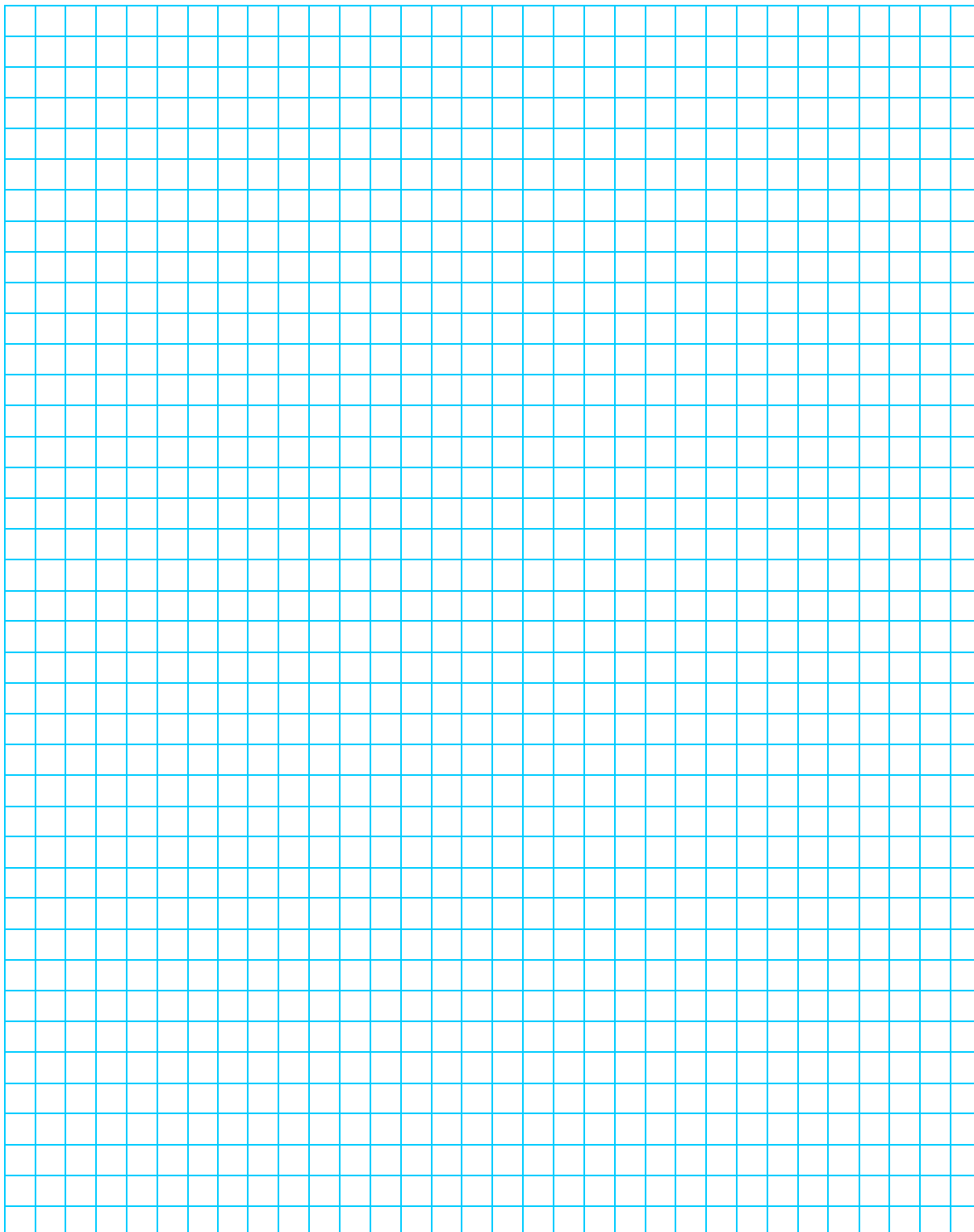
Dane jest równanie postaci $(\cos x - 1) \cdot (\cos x + p + 1) = 0$, gdzie $p \in R$ jest parametrem.

- a) Dla $p = -1$ wypisz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału $\langle 0; 5 \rangle$.
- b) Wyznacz wszystkie wartości parametru p , dla których dane równanie ma w przedziale $\langle -\pi; \pi \rangle$ trzy różne rozwiązania.



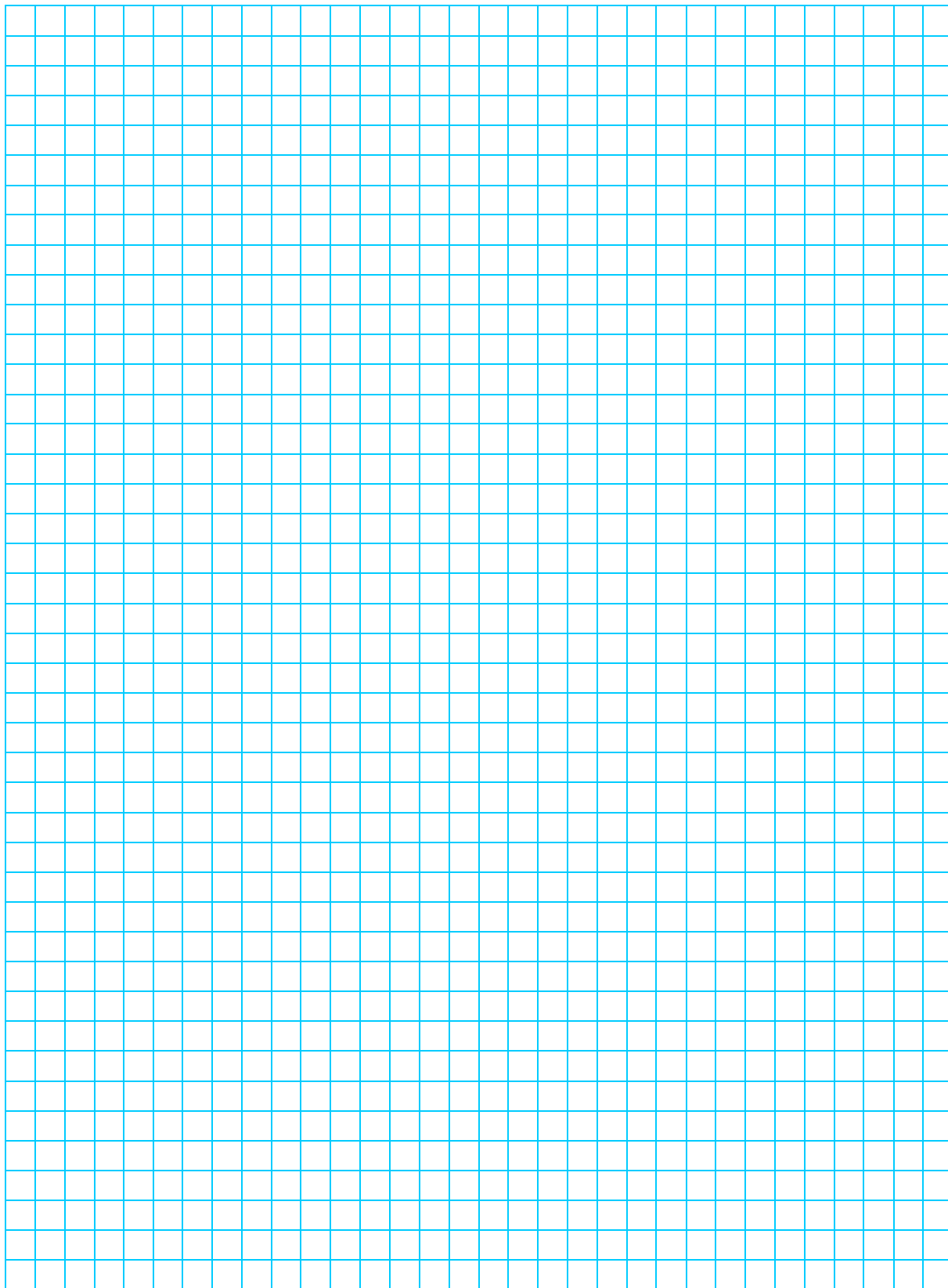
Zadanie 17. (4 pkt)

W trójkącie prostokątnym ABC ($\sphericalangle BCA = 90^\circ$) dane są długości przyprostokątnych: $|BC| = a$ i $|CA| = b$. Dwusieczna kąta prostego tego trójkąta przecina przeciwprostokątną AB w punkcie D . Wykaż, że długość odcinka CD jest równa $\frac{a \cdot b}{a+b} \cdot \sqrt{2}$. Sporządź pomocniczy rysunek uwzględniając podane oznaczenia.



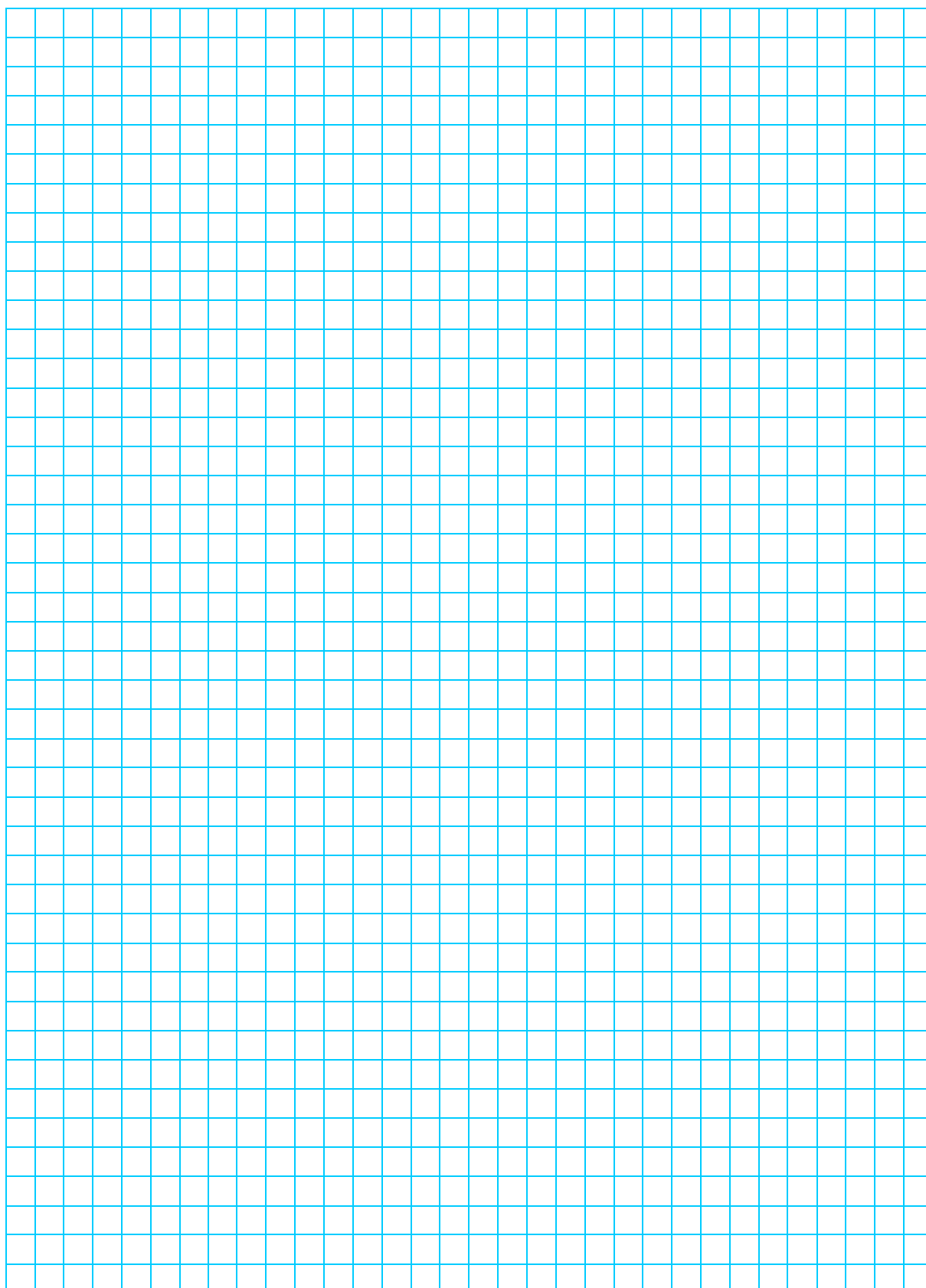
Zadanie 18. (8 pkt)

Oblicz miary kątów dowolnego czworokąta wpisanego w okrąg o promieniu $R = 5\sqrt{2}$,
wiedząc ponadto, że jedna z przekątnych tego czworokąta ma długość 10, zaś iloczyn sinusów
wszystkich jego kątów wewnętrznych równa się $\frac{3}{8}$.



Zadanie 19. (6 pkt)

Korzystając z zasady indukcji matematycznej, udowodnij, że każda liczba naturalna $n \geq 5$ spełnia nierówność $2^n > n^2 + n - 1$.



BRUDNOPIS