CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2020

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | | | |

PESEL | | | | | | | | | | | |

e-math.pl
Ty wybierasz czas i miejsce

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią

DATA: **5 maja 2020 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki, a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA 2020

Układ graficzny
© CKE 2015

W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia x^2-6x+9 dla $x=\sqrt{3}+3$ jest równa

A. 1 **B.** 3 **C.** $1+2\sqrt{3}$ **D.** $1-2\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\frac{2^{50}\cdot 3^{40}}{36^{10}}$ jest równa

A. 6^{70} **B.** 6^{45} **C.** $2^{30}\cdot 3^{20}$ **D.** $2^{10}\cdot 3^{20}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\log_5\sqrt{125}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie 4. (0–1)

Cenę x pewnego towaru obniżono o 20% i otrzymano cenę y. Aby przywrócić cenę x, nową cenę y należy podnieść o

A. 25% **B.** 20% **C.** 15% **D.** 12%

Zadanie 5. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $3(1-x)>2(3x-1)-12x$ jest przedział

A. $\left(-\frac{5}{3},+\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{5}{3},+\infty\right)$ **D.** $\left(-\infty,-\frac{5}{3}\right)$

Zadanie 6. (0–1)

Suma wszystkich rozwiązań równania $x(x-3)(x+2)=0$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

① $f(\sqrt{3}+3) = (\sqrt{3}+3)^2 - 6(\sqrt{3}+3) + 9 =$

$= 3 + 6\sqrt{3} + 8 - 6\sqrt{3} - 18 + 8 =$

$= 3$ (B)

② $\frac{2^{50} \cdot 3^{40}}{(2 \cdot 3)^{20}} = 2^{50-20} \cdot 3^{40-20} = 2^{30} \cdot 3^{20}$

(C)

③ $\log_{\sqrt{5}} 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$ D

④ $98x = y \quad x = \frac{y}{0{,}8} = y \cdot \frac{10}{8} = \frac{5}{4} y = 1{,}25y$

A

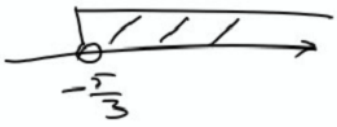
⑦ $3 - 3x > 6x - 2 - 12x$

$-3x - 6x + 12x > -2 - 3$ A

$3x > -5$

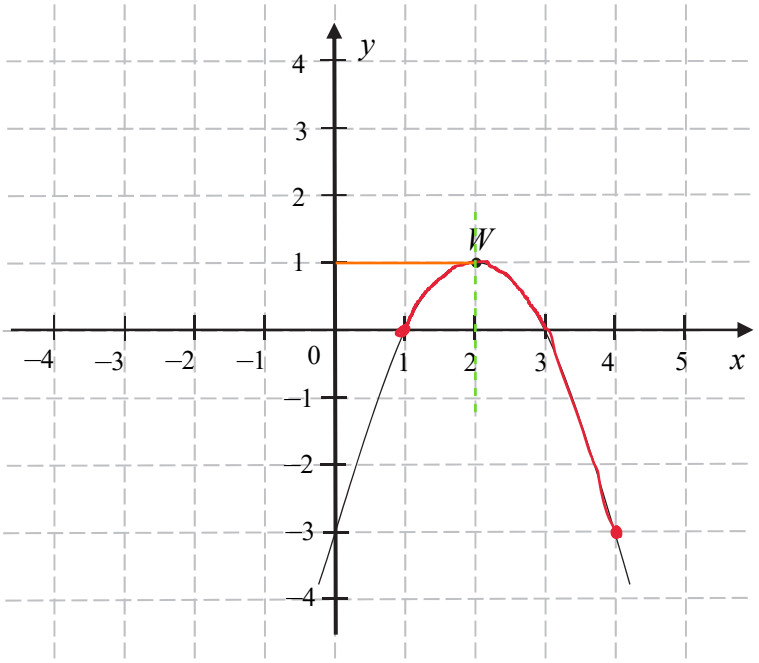
$x > -\frac{5}{3}$

$x \in \left(-\frac{5}{3}; +\infty\right)$



Informacja do zadań 7.–9.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=a(x-1)(x-3)$. Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,1)$.



Zadanie 7. (0–1)

Współczynnik a we wzorze funkcji f jest równy

A. 1 **B.** 2 **C.** –2 **D.** –1

Zadanie 8. (0–1)

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1,4\rangle$ jest równa

A. –3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Zadanie 9. (0–1)

Osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x=1$ **B.** $x=2$ **C.** $y=1$ **D.** $y=2$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

⑥ $0+3-2=1$ B

⑦ $f(x)=a(x-1)(x-3)$ $W(2,1)$

$1=a\cdot 1\cdot(-1)$

$1=-a$

$a=-1$ D

⑧ $q=1$ C

⑨ $x=2$ B

e-math.pl
Ty wybierasz czas i miejsce

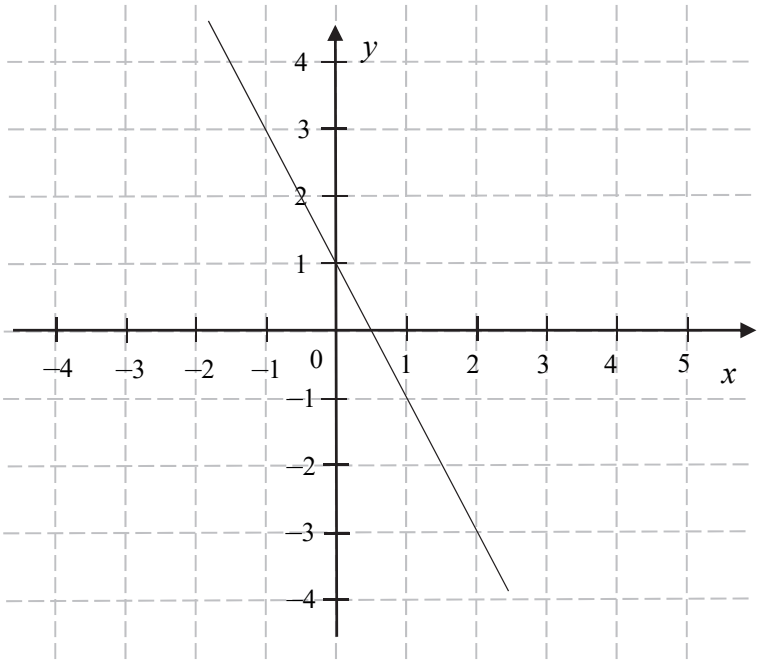
Zadanie 10. (0–1)

Równanie $x(x-2)=(x-2)^2$ w zbiorze liczb rzeczywistych

A. nie ma rozwiązań.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=2$.
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=0$.
D. ma dwa różne rozwiązania: $x=1$ i $x=2$.

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x)=ax+b$.



Współczynniki a oraz b we wzorze funkcji f spełniają zależność

A. $a+b>0$ **B.** $a+b=0$ **C.** $a\cdot b>0$ **D.** $a\cdot b<0$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=4^{-x}+1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Liczba $f\left(\frac{1}{2}\right)$ jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** 3 **D.** 17

Zadanie 13. (0–1)

Proste o równaniach $y=(m-2)x$ oraz $y=\frac{3}{4}x+7$ są równoległe. Wtedy

A. $m=-\frac{5}{4}$ **B.** $m=\frac{2}{3}$ **C.** $m=\frac{11}{4}$ **D.** $m=\frac{10}{3}$

e-math.pl
Ty wybierasz czas i miejsce

(10) $x^2-2x-(x^2-4x+4)=0$

$x^2-2x-x^2+4x-4=0$

$2x=4$

$x=2$ B

(11) $a<0$

$b>0$ D

(12) $f(\frac{1}{2})=4^{-\frac{1}{2}}+1=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$ B

(13) $m-2=\frac{3}{4}$ $m=2\frac{3}{4}=\frac{11}{4}$ C

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2$ dla $n \geq 1$. Różnica $a_5 - a_4$ jest równa

A. 4 **B.** 20 **C.** 36 **D.** 18

Zadanie 15. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, czwarty wyraz jest równy 3, a różnica tego ciągu jest równa 5. Suma $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ jest równa

A. -42 **B.** -36 **C.** -18 **D.** 6

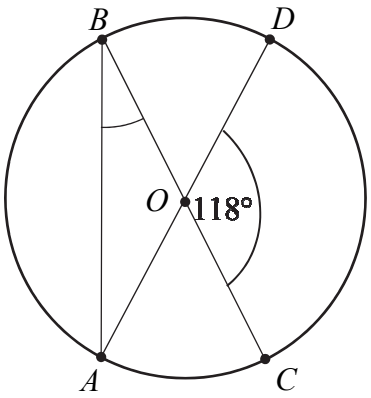
Zadanie 16. (0–1)

Punkt $A = \left(\frac{1}{3}, -1\right)$ należy do wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = 3x + b$. Wynika stąd, że

A. $b = 2$ **B.** $b = 1$ **C.** $b = -1$ **D.** $b = -2$

Zadanie 17. (0–1)

Punkty A, B, C, D leżą na okręgu o środku w punkcie O. Kąt środkowy DOC ma miarę $118°$ (zobacz rysunek).



Miara kąta ABC jest równa

A. $59°$ **B.** $48°$ **C.** $62°$ **D.** $31°$

Zadanie 18. (0–1)

Prosta przechodząca przez punkty $A = (3, -2)$ i $B = (-1, 6)$ jest określona równaniem

A. $y = -2x + 4$ **B.** $y = -2x - 8$ **C.** $y = 2x + 8$ **D.** $y = 2x - 4$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

14 $a_5 - a_4 = 2 \cdot 25 - 2 \cdot 16 = 50 - 32 = 18$

D

15 $a_4 = 3 \quad r = 5$

$-12, -7, -2, 3 \qquad S = -18 \qquad \frac{-12+3}{2} \cdot 4$

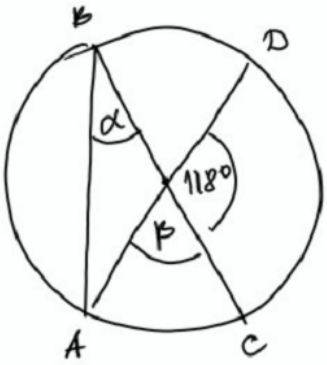
C

16 $-1 = 1 + b$

$b = -2$

D

17



$\sphericalangle ABC = ?$

$\beta = 180° - 118° = 62°$

$\alpha = \frac{1}{2}\beta = 31°$

18 $-2 = 3a + b$

$6 = -a + b$

$-8 = 4a$

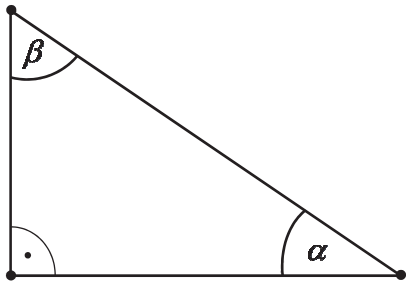
$a = -2$

$b = 6 - 2 = 4$

$y = -2x + 4$ A

Zadanie 19. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych α i β (zobacz rysunek).



Wyrażenie $2\cos\alpha - \sin\beta$ jest równe

A. $2\sin\beta$ **B.** $\cos\alpha$ **C.** 0 **D.** 2

Zadanie 20. (0–1)

Punkt B jest obrazem punktu $A=(-3,5)$ w symetrii względem początku układu współrzędnych. Długość odcinka AB jest równa

A. $2\sqrt{34}$ **B.** 8 **C.** $\sqrt{34}$ **D.** 12

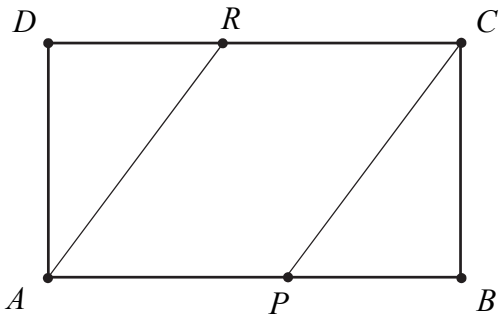
Zadanie 21. (0–1)

Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9, w których cyfry się nie powtarzają?

A. 10 **B.** 15 **C.** 20 **D.** 25

Zadanie 22. (0–1)

Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 90. Na bokach AB i CD wybrano – odpowiednio – punkty P i R, takie, że $\frac{|AP|}{|PB|}=\frac{|CR|}{|RD|}=\frac{3}{2}$ (zobacz rysunek).



Pole czworokąta $APCR$ jest równe

A. 36 **B.** 40 **C.** 54 **D.** 60

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

(19) $\cos\alpha = \sin\beta$ $\quad \cos\beta = \sin\alpha$

$2\sin\beta - \sin\beta = \sin\beta$

$2\cos\alpha - \cos\alpha = \cos\alpha$

B

(20) $A=(-3;5) \quad B=(3;-5)$

$|AB| = \sqrt{(-3-3)^2+(5+5)^2} = \sqrt{36+100}$

$= \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$

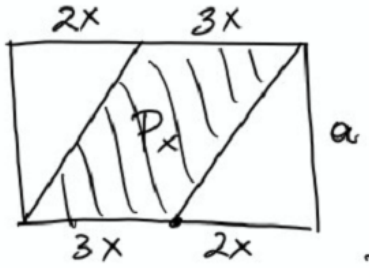
136	2
68	2
34	34
1	

> 2

(21) $1, 3, 5, 7, 9$

$5 \cdot 4 = 20$

(22)



$P_{ABCD} = 90$

$3ax = 90$

$ax = 18$

$P_x = 3 \times a = 3 \cdot 18 = 54$

Zadanie 23. (0–1)

Cztery liczby: 2, 3, a, 8, tworzące zestaw danych, są uporządkowane rosnąco. Mediana tego zestawu czterech danych jest równa medianie zestawu pięciu danych: 5, 3, 6, 8, 2. Zatem

A. $a=7$ **B.** $a=6$ **C.** $a=5$ **D.** $a=4$

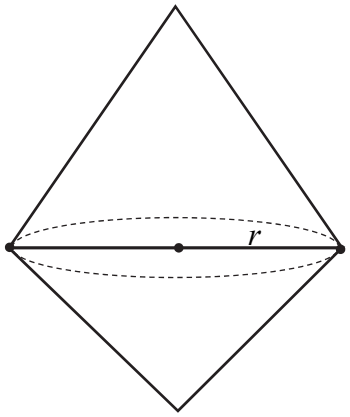
Zadanie 24. (0–1)

Przekątna sześcianu ma długość $4\sqrt{3}$. Pole powierzchni tego sześcianu jest równe

A. 96 **B.** $24\sqrt{3}$ **C.** 192 **D.** $16\sqrt{3}$

Zadanie 25. (0–1)

Dwa stożki o takich samych podstawach połączono podstawami w taki sposób jak na rysunku. Stosunek wysokości tych stożków jest równy $3:2$. Objętość stożka o krótszej wysokości jest równa $12\ \text{cm}^3$.



Objętość bryły utworzonej z połączonych stożków jest równa

A. $20\ \text{cm}^3$ **B.** $30\ \text{cm}^3$ **C.** $39\ \text{cm}^3$ **D.** $52{,}5\ \text{cm}^3$

e-math.pl
Ty wybierasz czas i miejsce

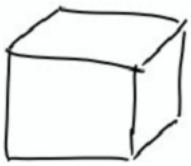
BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

(23)

$2, 3, 5, 6, 8 \qquad Me = 5$

$\frac{3+a}{2} = 5 \qquad a = 7 \qquad A$

(24)



$D = a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$a = 4$

$P_p = 6 \cdot a^2 = 96$ A

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2(x-1)(x+3)>x-1$.

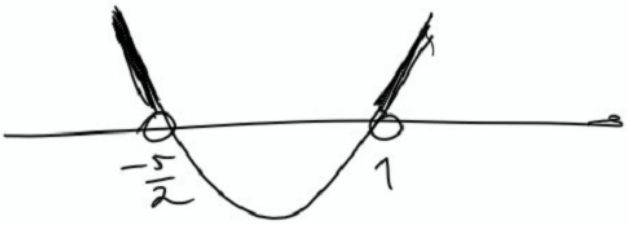
(26) $2(x^2+2x-3)-x+1>0$

$2x^2+4x-6-x+1>0$

$2x^2+3x-5>0$

$\Delta = 9+40=49$

$x_1=\frac{-3-7}{2\cdot 2}=-\frac{5}{2}$ $x_2=\frac{-3+7}{4}=1$



$x\in\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right)\cup(1;+\infty)$

Odpowiedź: ..... .

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $\left(x^2-1\right)\left(x^2-2x\right)=0$.

(27) $(x^2-1)(x^2-2x)=0$

$x(x-1)(x+1)(x-2)=0$

$x_1=0$

$x_2=1$

$x_3=-1$

$x_4=2$

Odp. $x\in\{-1;0;1;2\}$

Odpowiedź: ..... .

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	26.	27.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla każdych dwóch różnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$a(a-2b)+2b^2>0.$$

(28) $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$

$a(a-2b)+2b^2>0$

$a^2-2ab+b^2+b^2>0$

$(a-b)^2+b^2>0$ cnd.

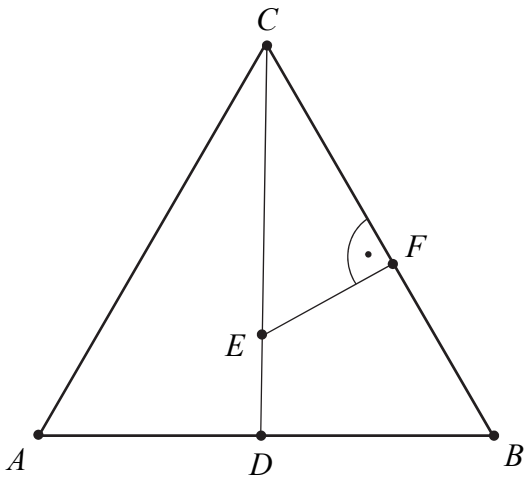
$(a-b)^2 \geq 0$

kwadrat różnicy dwóch dowolnych (różnych) liczb >0

suma dwóch liczb nieujemnych w tym jednej $\neq 0$ jest liczbą dodatnią

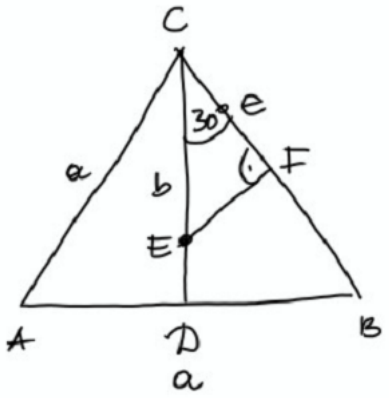
Zadanie 29. (0–2)

Trójkąt ABC jest równoboczny. Punkt E leży na wysokości CD tego trójkąta oraz $|CE| = \frac{3}{4}|CD|$. Punkt F leży na boku BC i odcinek EF jest prostopadły do BC (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|CF| = \frac{9}{16}|CB|$.

29



$b = \frac{3}{4}h$

T: $|CF| = \frac{9}{16}|CB|$

$e = \frac{9}{16}a$

z $\triangle EFC$: $\cos 30° = \frac{e}{b}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{e}{\frac{3}{4}h}$

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{e}{\frac{3}{4}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}}$

$e = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a}{16}$ cnd

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. (0–2)

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najmniej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.

30

A – co najmniej raz wypadnie 5

	1	2	3	4	5	6
1					o	
2					o	
3					o	
4					o	
5	o	o	o	o	o	o
6					o	

$|\Omega| = 36$

$|A| = 11$

$P(A) = \frac{11}{36}$

Odpowiedź: ..... .

Zadanie 31. (0–2)

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\frac{2\sin\alpha+3\cos\alpha}{\cos\alpha}=4$. Oblicz tangens kąta α.

31

$\operatorname{tg}\alpha = ?$ $\quad \alpha \in (0°; 90°)$

$$\frac{2\sin\alpha + 3\cos\alpha}{\cos\alpha} = 4$$

$$2\sin\alpha + 3\cos\alpha = 4\cos\alpha$$

$$2\sin\alpha - \cos\alpha = 0 \quad / : \cos\alpha \qquad \cos\alpha \neq 0$$

$$2\operatorname{tg}\alpha - 1 = 0$$

odp.: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}$

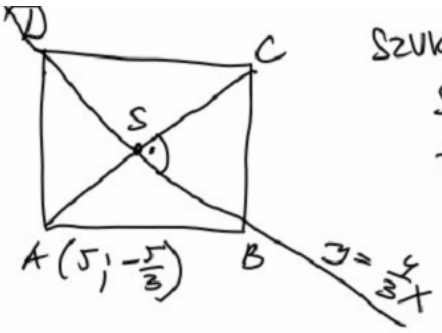
Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest kwadrat *ABCD*, w którym $A=\left(5,-\frac{5}{3}\right)$. Przekątna *BD* tego kwadratu jest zawarta w prostej o równaniu $y=\frac{4}{3}x$. Oblicz współrzędne punktu przecięcia przekątnych *AC* i *BD* oraz pole kwadratu *ABCD*.

32



SZUKANE:
$S(x_S; y_S)$
$P_\square$

$S: \begin{cases} y=\frac{4}{3}x \\ y=-\frac{3}{4}x+\frac{25}{12} \end{cases}$

pr. AC ⊥ pr. BD

pr. AC: $y=-\frac{3}{4}x+b$

$-\frac{5}{3}=-\frac{3}{4}\cdot 5+b$

$-\frac{5}{3}=-\frac{15}{4}+b$

$b=-\frac{5}{3}+\frac{15}{4}=\frac{-20+45}{12}=\frac{25}{12}$

$y=-\frac{3}{4}x+\frac{25}{12}$

$\frac{4}{3}x_S=-\frac{3}{4}x_S+\frac{25}{12} \quad /\cdot 12$

$16x_S=-9x_S+25$

$25x_S=25$

$\begin{cases} x_S=1 \\ y_S=\frac{4}{3} \end{cases} \quad S\left(1;\frac{4}{3}\right)$

32.b

$|AS|=\sqrt{(5-1)^2+\left(-\frac{5}{3}-\frac{4}{3}\right)^2}=\sqrt{16+9}=5$

$P_\square=a^2$

$|AS|=\frac{a\sqrt{2}}{2}=5 \qquad a=\frac{10}{\sqrt{2}}$

$P_\square=\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{100}{2}=50$

Odp: $S=\left(1;\frac{4}{3}\right)$

$P_{kwadratu}=50$

Odpowiedź: ..... .

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	32.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 33. (0–4)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$. Oblicz iloraz q tego ciągu należący do przedziału $\left\langle 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \right\rangle$.

(33) c. geometryczny o wyrazach dodatnich

$6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$ $\quad q_1 = ?$ $\quad q_1 \in \langle 2\sqrt{2}; 3\sqrt{2} \rangle$

$6a_1 - 5a_1q_1 + a_1q_1^2 = 0$

$a_1(6 - 5q_1 + q_1^2) = 0$

$a_1 \neq 0 \Rightarrow q^2 - 5q + 6 = 0$

$\Delta = 25 - 24 = 1$

$q_{1_1} = \frac{5-1}{2} = 2$

$q_{1_2} = 3$

Odp: $q_1 = 3$

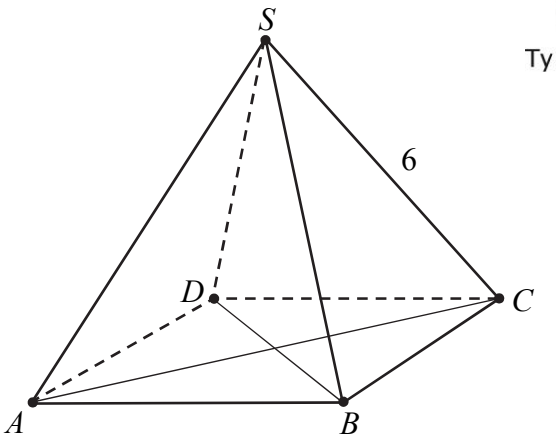
Odpowiedź: ..... .

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	33.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

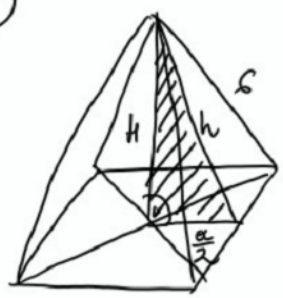
Zadanie 34. (0–5)

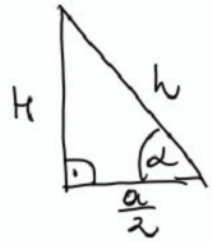
Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny *ABCDS*, którego krawędź boczna ma długość 6 (zobacz rysunek). Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy $\sqrt{7}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

e-math.pl
Ty wybierasz czas i miejsce



34





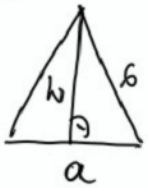
$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{7}$

$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{H}{\frac{a}{2}} = \frac{2H}{a}$ $\quad \sqrt{7} = \frac{2H}{a}$ $\quad H = \frac{a\sqrt{7}}{2}$

$P_p = a^2$

$H^2 + \frac{a^2}{4} = h^2$



$\frac{7a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = h^2$ $\quad 2a^2 = h^2$

$h^2 = \frac{a^2}{4} = 36$ $\quad 2a^2 + \frac{a^2}{4} = 36$

(34b)

$\frac{9}{4}a^2 = 36 \quad | \cdot \frac{4}{9}$

$a^2 = 36 \cdot \frac{4}{9}$

$a^2 = 16$

$a = 4$

$V = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot \frac{4\sqrt{7}}{1} = \frac{32\sqrt{7}}{3}$

Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	34.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*