CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2017

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

e-math.pl dla uczniów

e-math.pl dla szkół

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **22 sierpnia 2017 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki, a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-P1_1P-174

Układ graficzny
© CKE 2015

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Niech $a=-2$, $b=3$. Wartość wyrażenia a^b-b^a jest równa

A. $\frac{73}{9}$ **B.** $\frac{71}{9}$ **C.** $-\frac{73}{9}$ **D.** $-\frac{71}{9}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $9^9\cdot 81^2$ jest równa

A. 81^4 **B.** 81 **C.** 9^{13} **D.** 9^{36}

Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_4 8+5\log_4 2$ jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** $2+\log_4 5$ **D.** $1+\log_4 10$

Zadanie 4. (0–1)

Dane są dwa koła. Promień pierwszego koła jest większy od promienia drugiego koła o 30%. Wynika stąd, że pole pierwszego koła jest większe od pola drugiego koła

A. o mniej niż 50%, ale więcej niż 40%.

B. o mniej niż 60%, ale więcej niż 50%.

C. dokładnie o 60%.

D. o więcej niż 60%.

Zadanie 5. (0–1)

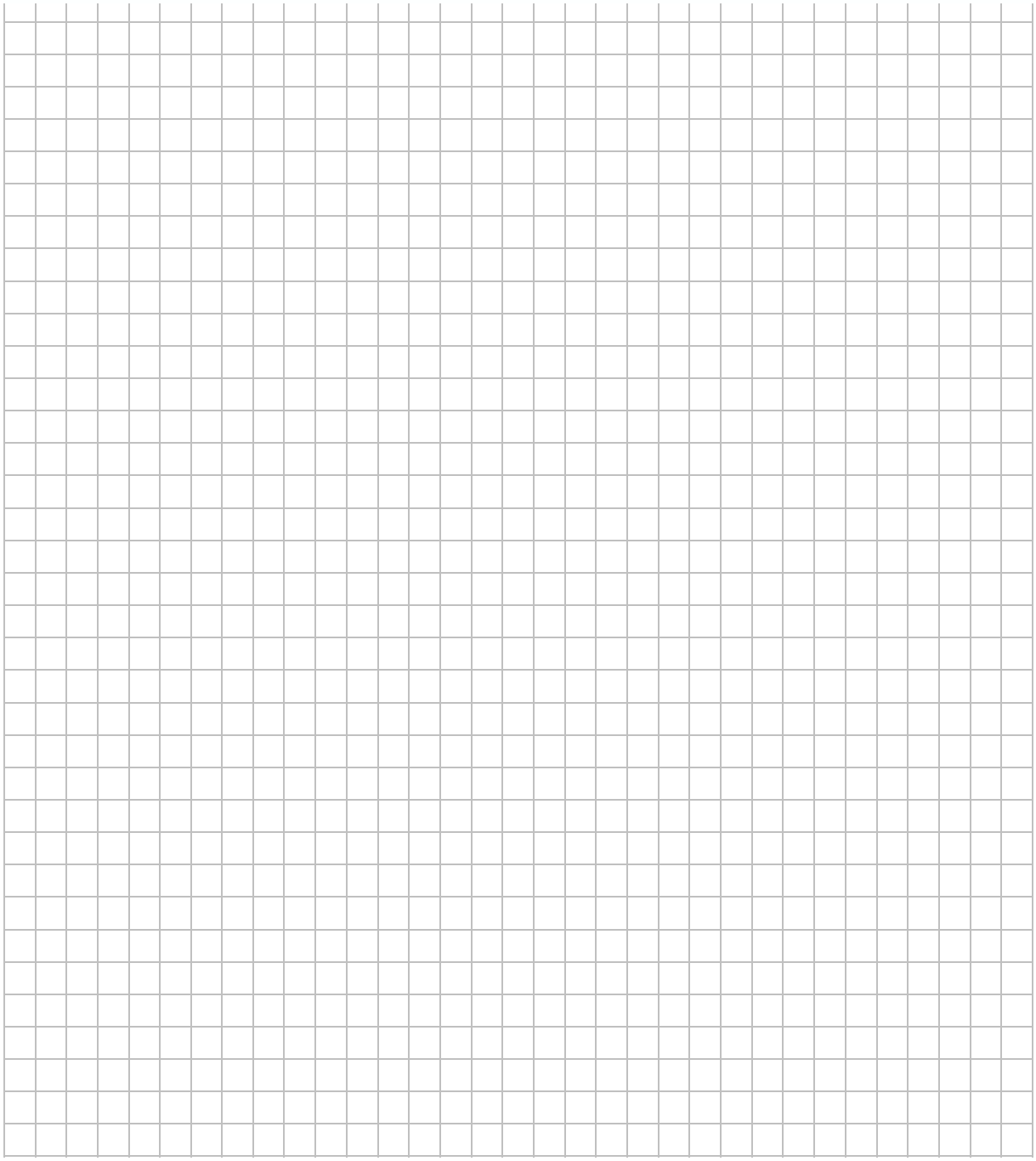
Liczba $\left(2\sqrt{7}-5\right)^2\cdot\left(2\sqrt{7}+5\right)^2$ jest równa

A. 9 **B.** 3 **C.** 2809 **D.** $28-20\sqrt{7}$

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***

e-math.pl dla uczniów

e-math.pl dla szkół

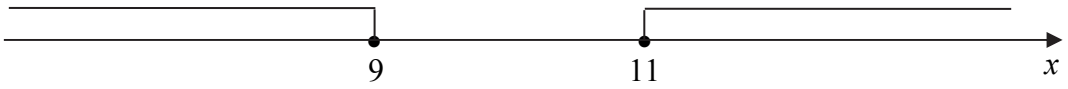


Zadanie 6. (0–1)

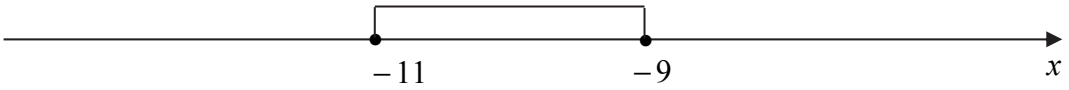
Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór wszystkich liczb x spełniających warunek: $11 \le 2x - 7 \le 15$.

A.

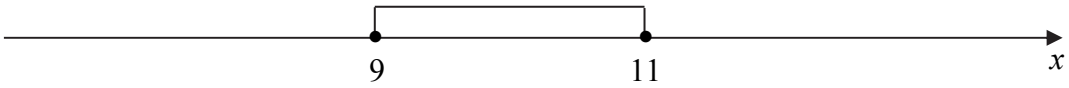
B.



C.



D.



Zadanie 7. (0–1)

Rozważmy treść następującego zadania:
Obwód prostokąta o bokach długości a i b jest równy 60. Jeden z boków tego prostokąta jest o 10 dłuższy od drugiego. Oblicz długości boków tego prostokąta.

Który układ równań opisuje zależności między długościami boków tego prostokąta?

A. $\begin{cases} 2(a+b)=60 \\ a+10=b \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2a+b=60 \\ 10b=a \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} 2ab=60 \\ a-b=10 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 2(a+b)=60 \\ 10a=b \end{cases}$

Zadanie 8. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x+1}{x+2}=3$, gdzie $x \neq -2$, jest liczba należąca do przedziału

A. $(-2,1)$ **B.** $\langle 1, +\infty)$ **C.** $(-\infty, -5)$ **D.** $\langle -5, -2)$

Zadanie 9. (0–1)

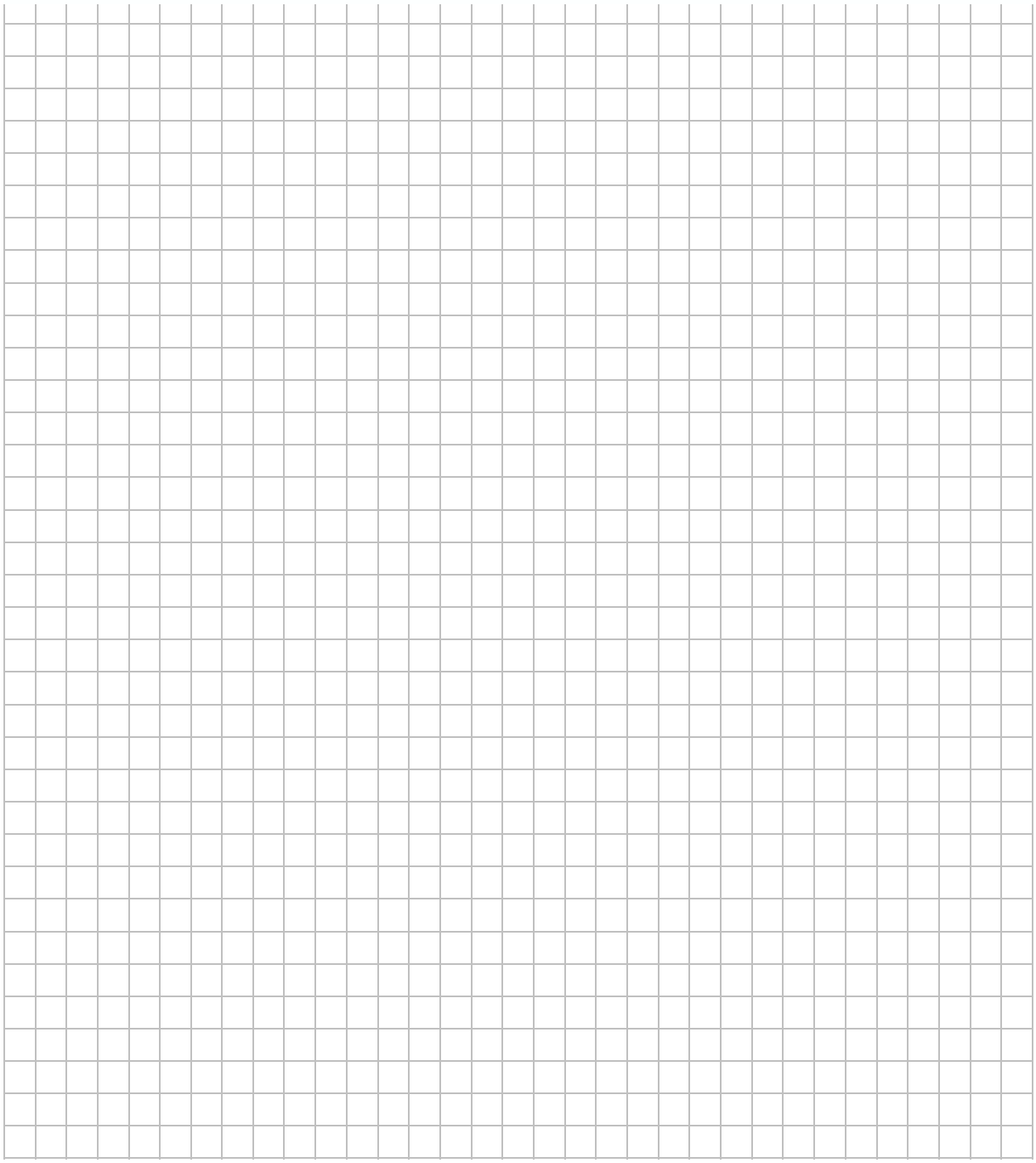
Linę o długości 100 metrów rozcięto na trzy części, których długości pozostają w stosunku $3 : 4 : 5$. Stąd wynika, że najdłuższa z tych części ma długość

A. $41\frac{2}{3}$ metra. **B.** $33\frac{1}{3}$ metra. **C.** 60 metrów. **D.** 25 metrów.

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***

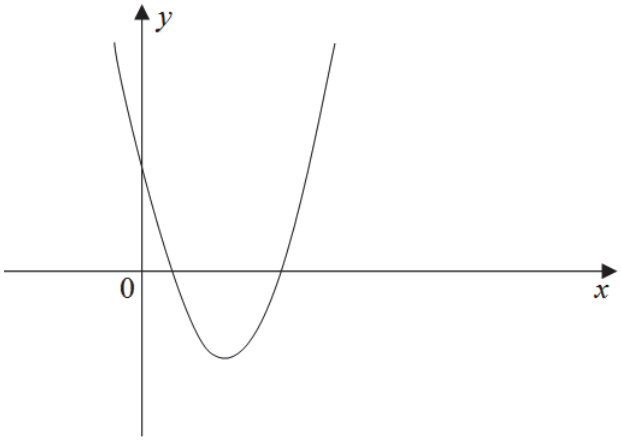
e-math.pl dla uczniów

e-math.pl dla szkół



Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x)=x^2+bx+c$.



Współczynniki b i c spełniają warunki:

A. $b<0,\ c>0$ **B.** $b<0,\ c<0$ **C.** $b>0,\ c>0$ **D.** $b>0,\ c<0$

Zadanie 11. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla $n\geq 1$, o którym wiemy, że: $a_1=2$ i $a_2=9$. Wtedy $a_n=79$ dla

A. $n=10$ **B.** $n=11$ **C.** $n=12$ **D.** $n=13$

Zadanie 12. (0–1)

Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny o wyrazach dodatnich: $(81, 3x, 4)$. Stąd wynika, że

A. $x=18$ **B.** $x=6$ **C.** $x=\frac{85}{6}$ **D.** $x=\frac{6}{85}$

Zadanie 13. (0–1)

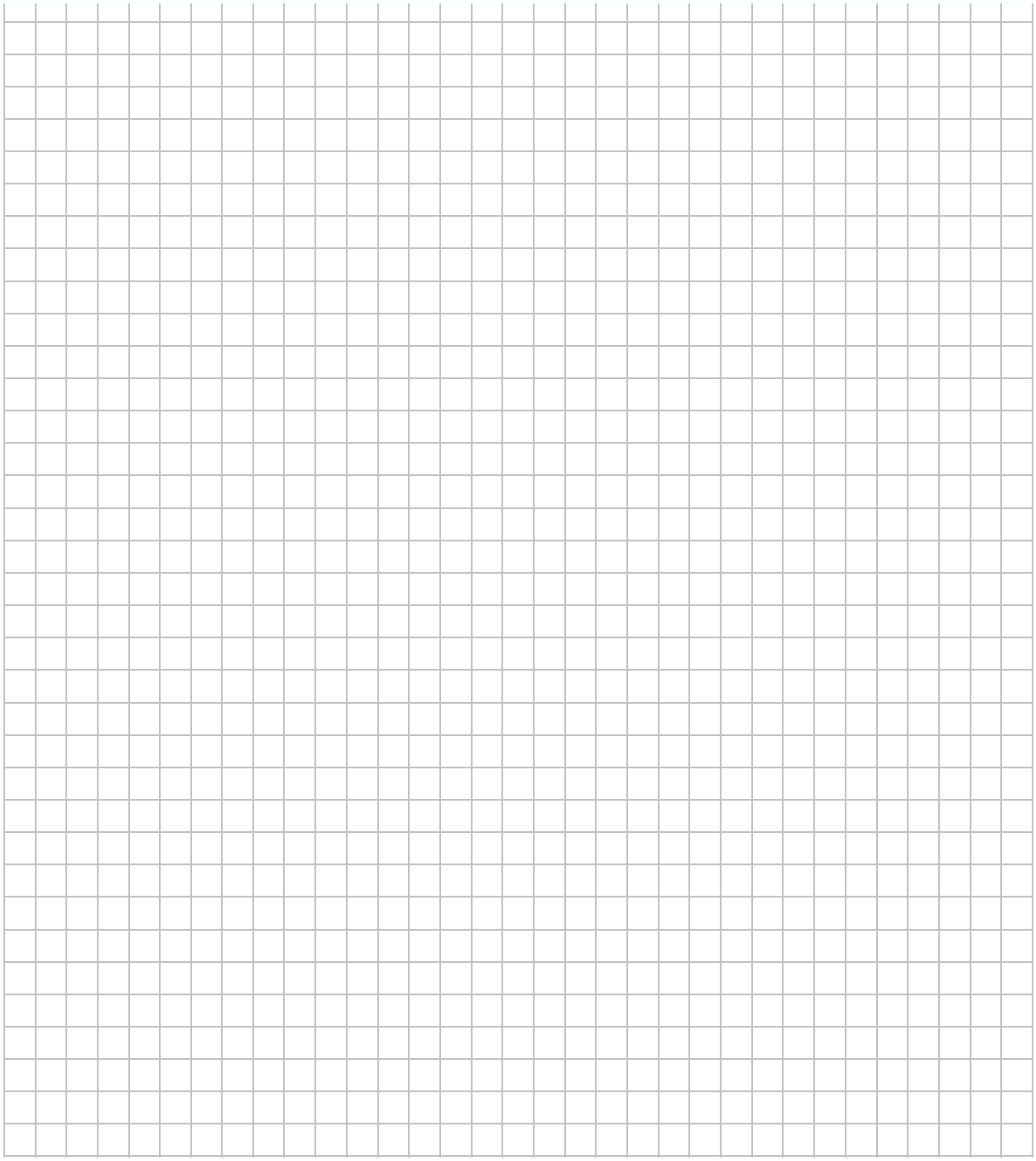
Kąt α jest ostry i spełniona jest równość $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{6}}{7}$. Stąd wynika, że

A. $\cos\alpha=\frac{24}{49}$ **B.** $\cos\alpha=\frac{5}{7}$ **C.** $\cos\alpha=\frac{25}{49}$ **D.** $\cos\alpha=\frac{5\sqrt{6}}{7}$

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***

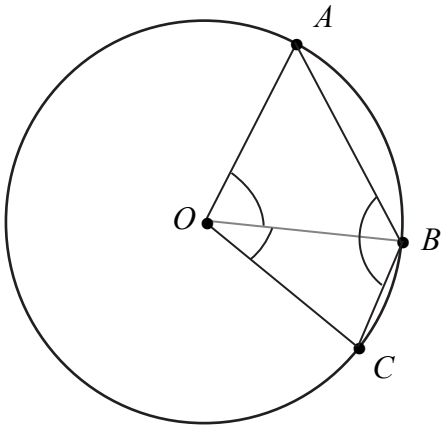
e-math.pl dla uczniów

e-math.pl dla szkół



Zadanie 14. (0–1)

Na okręgu o środku w punkcie O leżą punkty A, B i C (zobacz rysunek). Kąt ABC ma miarę $121°$, a kąt BOC ma miarę $40°$.

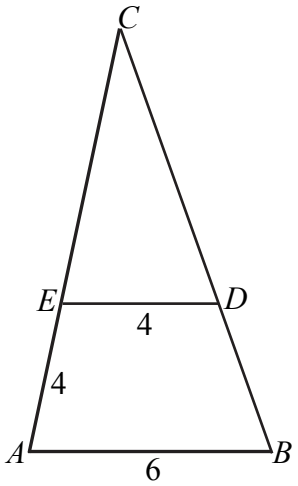


Kąt AOB ma miarę

A. $59°$ **B.** $50°$ **C.** $81°$ **D.** $78°$

Zadanie 15. (0–1)

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC, a punkt E leży na boku AC. Odcinek DE jest równoległy do boku AB, a ponadto $|AE| = |DE| = 4$, $|AB| = 6$ (zobacz rysunek).



Odcinek CE ma długość

A. $\frac{16}{3}$ **B.** $\frac{8}{3}$ **C.** 8 **D.** 6

Zadanie 16. (0–1)

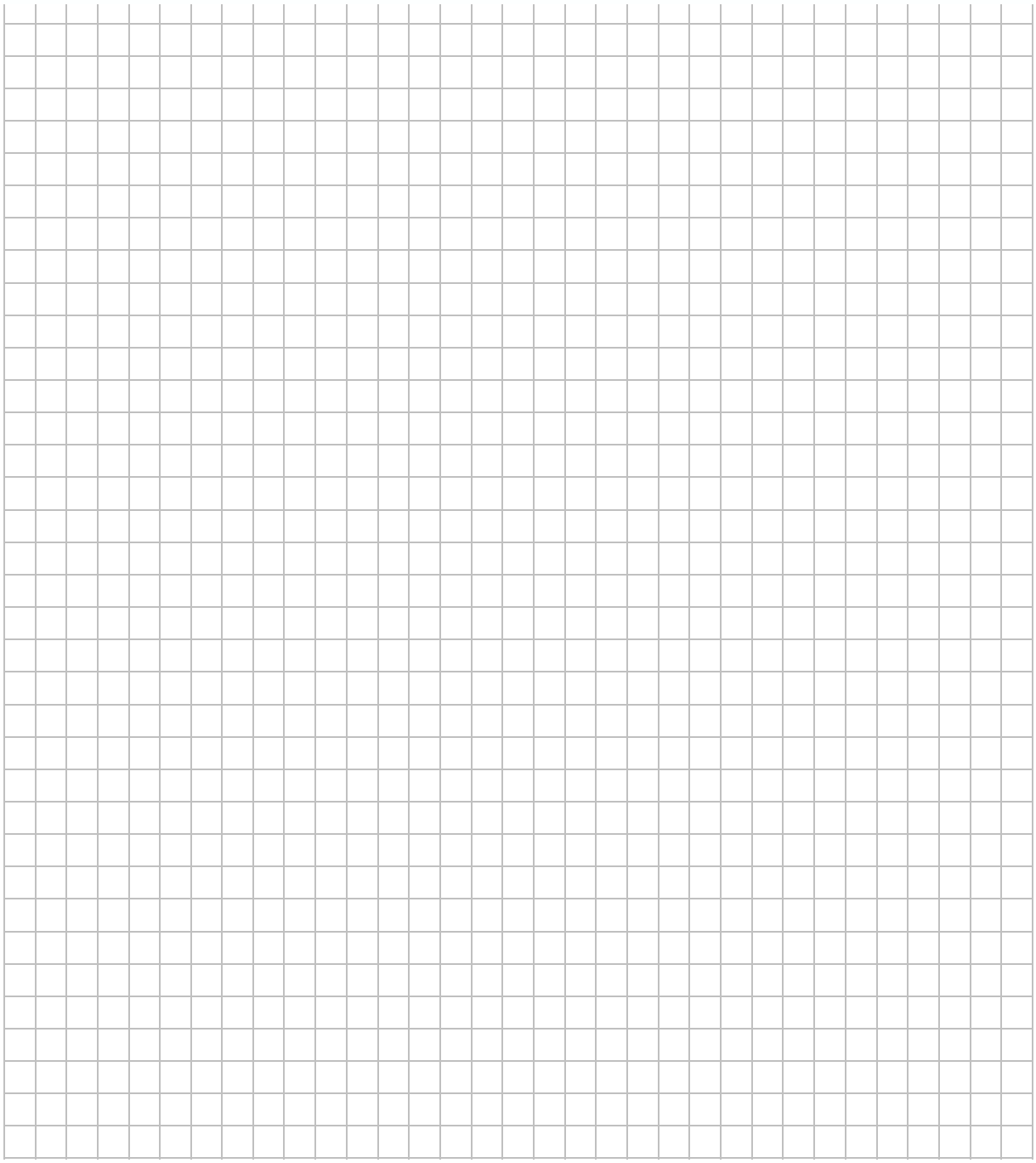
Dany jest trójkąt równoboczny, którego pole jest równe $6\sqrt{3}$. Bok tego trójkąta ma długość

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{6}$ **D.** $6\sqrt{2}$

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***

e-math.pl dla uczniów

e-math.pl dla szkół



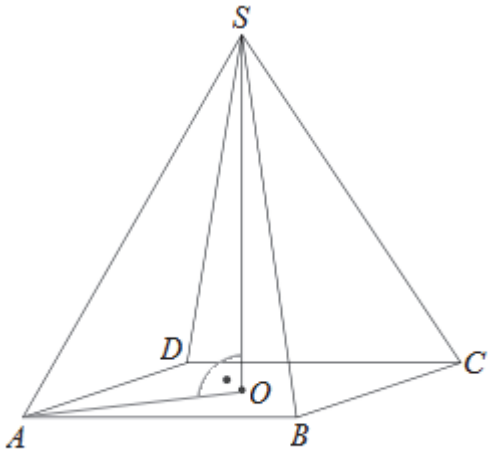
Zadanie 17. (0–1)

Punkty $B=(-2,4)$ i $C=(5,1)$ są sąsiednimi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Pole tego kwadratu jest równe

A. 29 **B.** 40 **C.** 58 **D.** 74

Zadanie 18. (0–1)

Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$ o podstawie $ABCD$.



Kąt nachylenia krawędzi bocznej SA ostrosłupa do płaszczyzny podstawy $ABCD$ to

A. $\sphericalangle SAO$ **B.** $\sphericalangle SAB$ **C.** $\sphericalangle SOA$ **D.** $\sphericalangle ASB$

Zadanie 19. (0–1)

Graniastosłup ma 14 wierzchołków. Liczba wszystkich krawędzi tego graniastosłupa jest równa

A. 14 **B.** 21 **C.** 28 **D.** 26

Zadanie 20. (0–1)

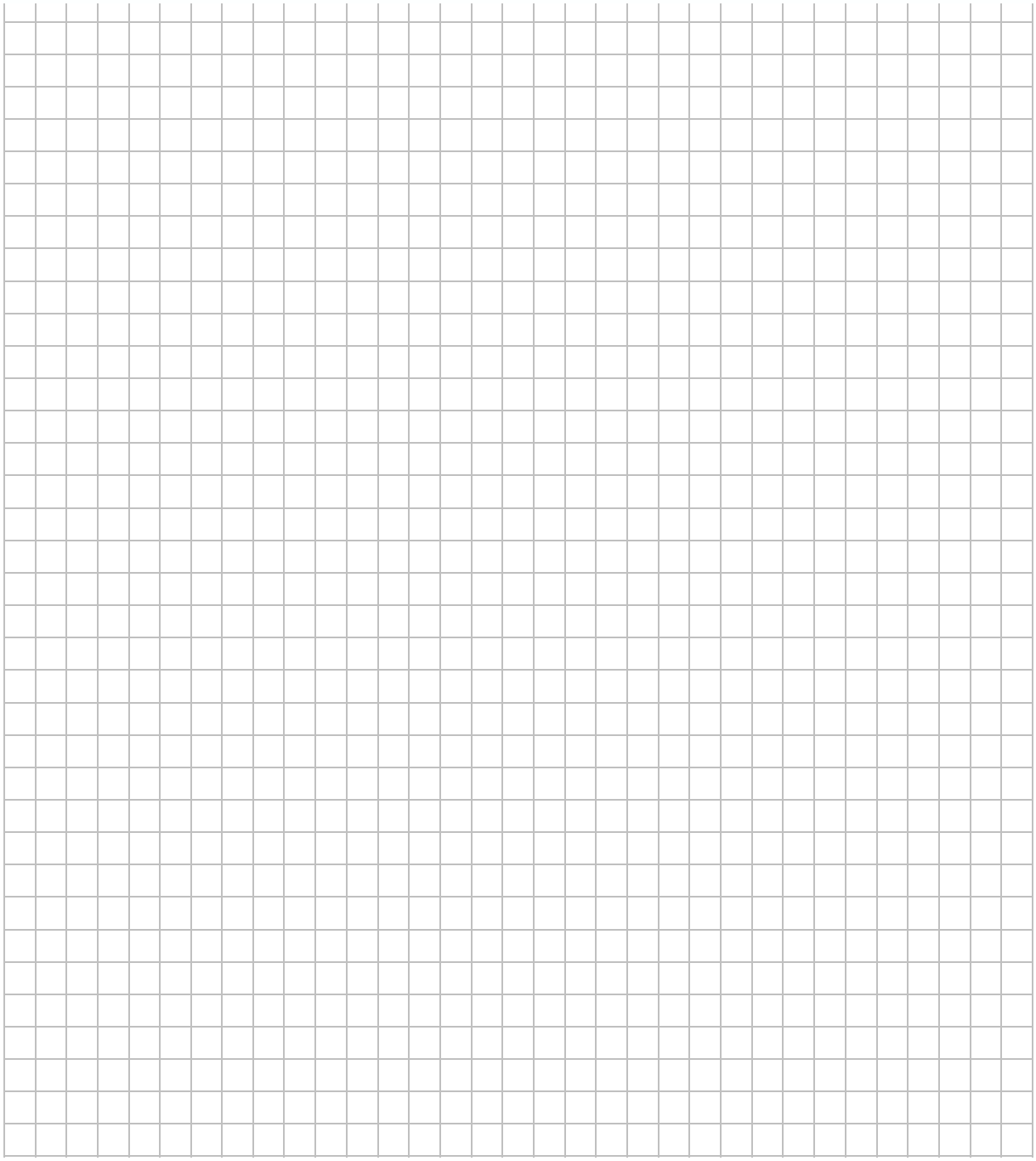
Prosta k przechodzi przez punkt $A=(4,-4)$ i jest prostopadła do osi Ox. Prosta k ma równanie

A. $x-4=0$ **B.** $x-y=0$ **C.** $y+4=0$ **D.** $x+y=0$

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***

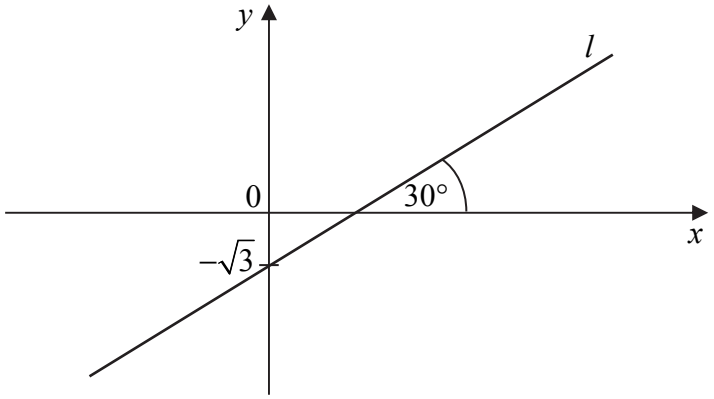
e-math.pl dla uczniów

e-math.pl dla szkół



Zadanie 21. (0–1)

Prosta l jest nachylona do osi Ox pod kątem $30°$ i przecina oś Oy w punkcie $\left(0,-\sqrt{3}\right)$ (zobacz rysunek).



Prosta l ma równanie

A. $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-\sqrt{3}$ **B.** $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$ **C.** $y=\frac{1}{2}x-\sqrt{3}$ **D.** $y=\frac{1}{2}x+\sqrt{3}$

Zadanie 22. (0–1)

Dany jest stożek o wysokości 6 i tworzącej $3\sqrt{5}$. Objętość tego stożka jest równa

A. 36π **B.** 18π **C.** 108π **D.** 54π

Zadanie 23. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu danych: x, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 jest równa 9. Wtedy mediana tego zestawu danych jest równa

A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 16

Zadanie 24. (0–1)

Ile jest wszystkich czterocyfrowych liczb naturalnych mniejszych niż 2017?

A. 2016 **B.** 2017 **C.** 1016 **D.** 1017

Zadanie 25. (0–1)

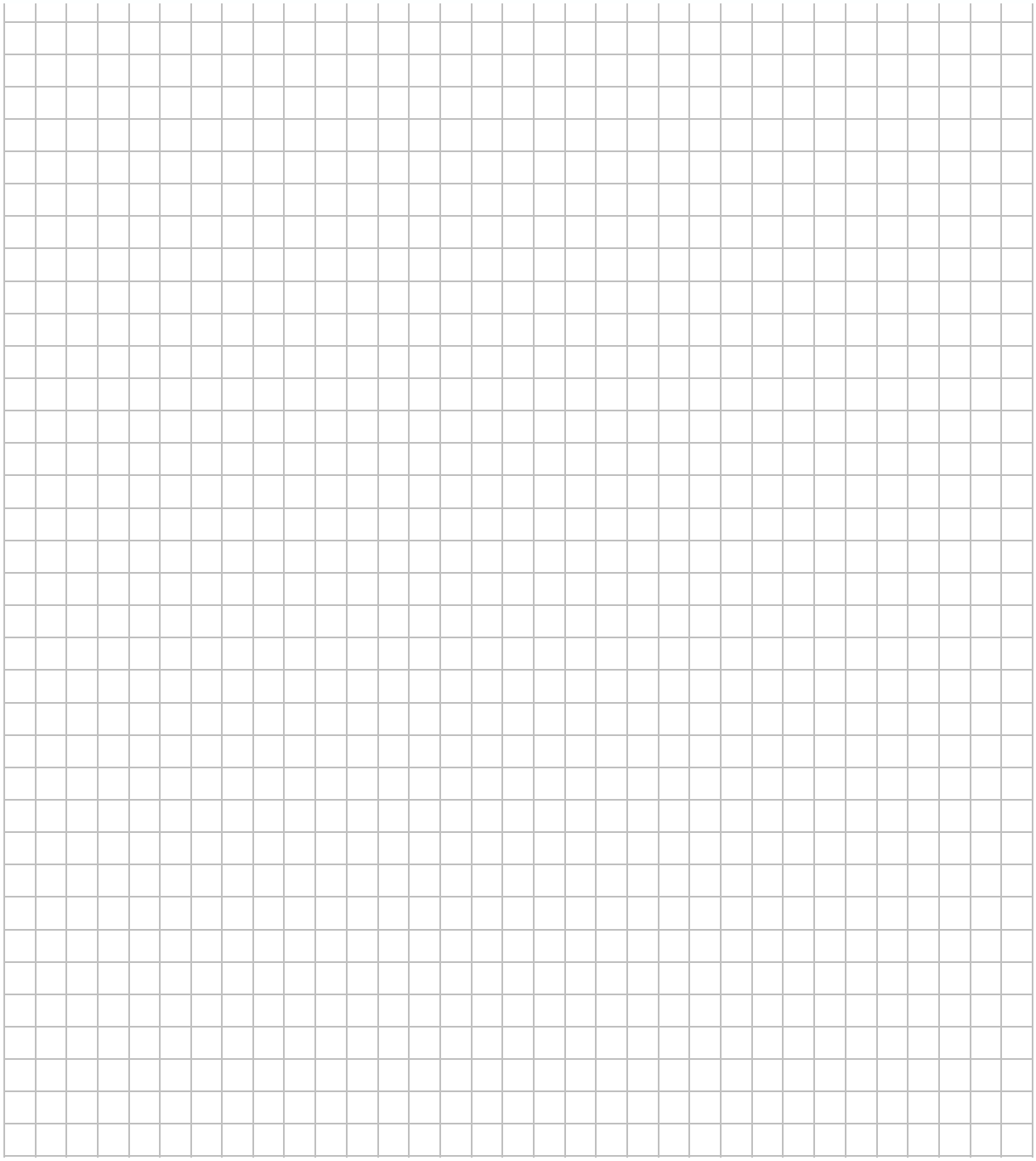
Z pudełka, w którym jest tylko 6 kul białych i n kul czarnych, losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe $\frac{1}{3}$. Liczba kul czarnych jest równa

A. $n=9$ **B.** $n=2$ **C.** $n=18$ **D.** $n=12$

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***

e-math.pl dla uczniów

e-math.pl dla szkół



Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2x^2 + x - 6 \leq 0$.

$$2x^2+x-6\leq 0$$

$$a=2$$

$$b=1$$

$$c=-6$$

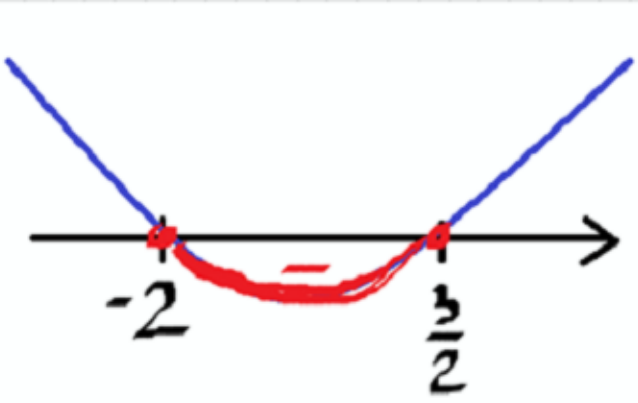
$$\Delta=b^2-4ac=1-4\cdot 2\cdot\left[-6\right]=1+48=49$$

$$\sqrt{\Delta}=7$$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-7}{4}=-\frac{8}{4}=-2$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1+7}{4}=\frac{3}{2}$$

$$x\in\langle -2;1\frac{1}{2}\rangle$$



Odpowiedź: .....

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $\left(x^2-6\right)\left(3x+2\right)=0$.

$$\left(x^2-6\right)\left(3x+2\right)=0$$
$$3\left(x-\sqrt[3]{6}\right)\left(x+\sqrt[3]{6}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)=0$$
$$x_1=\sqrt[3]{6}$$
$$x_2=-\sqrt[3]{6}$$
$$x_3=-\frac{2}{3}$$
$$x\in\left\{-\sqrt[3]{6};-\frac{2}{3};6\right\}$$

Odpowiedź:.....

Zadanie 28. (0–2)

Udowodnij, że dla dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$4x+\frac{1}{x}\geq 4.$$

Z:

$x\in R; x>0$

T:

$$4x+\frac{1}{x}\geq 4$$

D:

$$4x+\frac{1}{x}\geq 4 \quad / \cdot x \ (x>0)$$

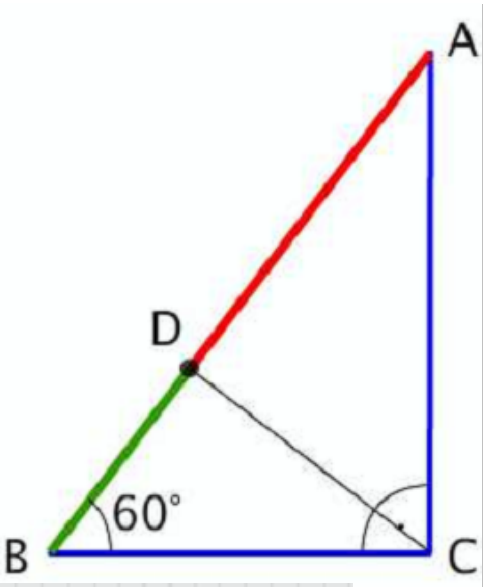
$$4x^2+1\geq 4x$$

$$4x^2-4x+1\geq 0$$

$$(2x-1)^2\geq 0$$

Zadanie 29. (0–2)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC, w którym $|\sphericalangle ACB| = 90°$ i $|\sphericalangle ABC| = 60°$. Niech D oznacza punkt wspólny wysokości poprowadzonej z wierzchołka C kąta prostego i przeciwprostokątnej AB tego trójkąta. Wykaż, że $|AD| : |DB| = 3 : 1$.



T:

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{3}{1}$$

$$\operatorname{tg}60° = \frac{|CD|}{|BD|} = \sqrt{3} \Rightarrow |CD| = \sqrt{3} \cdot |BD|$$

$$\operatorname{tg}30° = \frac{|CD|}{|AD|} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow |CD| = \frac{\sqrt{3} \cdot |AD|}{3}$$

$$\sqrt{3} \cdot |BD| = \frac{\sqrt{3}|AD|}{3}$$

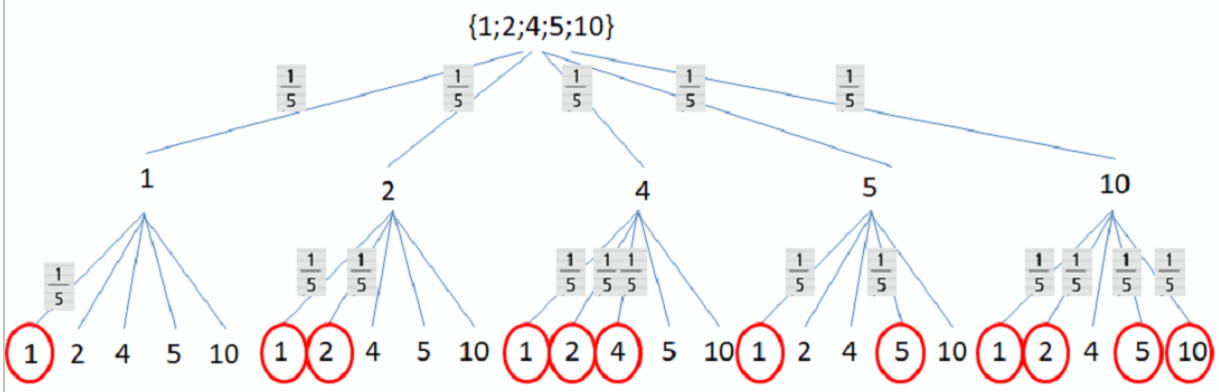
$$3\sqrt{3}|BD| = \sqrt{3}|AD|$$

$$\frac{|AD|}{|BD|} = 3$$

Zadanie 30. (0–2)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 4, 5, 10\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloraz pierwszej wylosowanej liczby przez drugą wylosowaną liczbę jest liczbą całkowitą.

A - iloraz (czyli wynik dzielenia pierwszej przez drugą) jest liczbą całkowitą



$$p(A) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot 12 = \frac{12}{25}$$

Odpowiedź: .....

Zadanie 31. (0–2)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, w którym spełniona jest równość $a_{21} + a_{24} + a_{27} + a_{30} = 100$. Oblicz sumę $a_{25} + a_{26}$.

$$a_{21} + a_{24} + a_{27} + a_{30} = 100$$
$$a_{25} + a_{26} = \ldots$$
$$a_{24} = a_{21} + 3r$$
$$a_{27} = a_{21} + 6r$$
$$a_{30} = a_{21} + 9r$$
$$a_{21} + a_{21} + 3r + a_{21} + 6r + a_{21} + 9r = 100$$
$$4a_{21} + 18r = 100$$
$$2a_{21} + 9r = 50$$
$$a_{25} = a_{21} + 4r$$
$$a_{26} = a_{21} + 5r$$
$$a_{25} + a_{26} = a_{21} + 4r + a_{21} + 5r = 2a_{21} + 9r = 50$$

Odpowiedź:.....

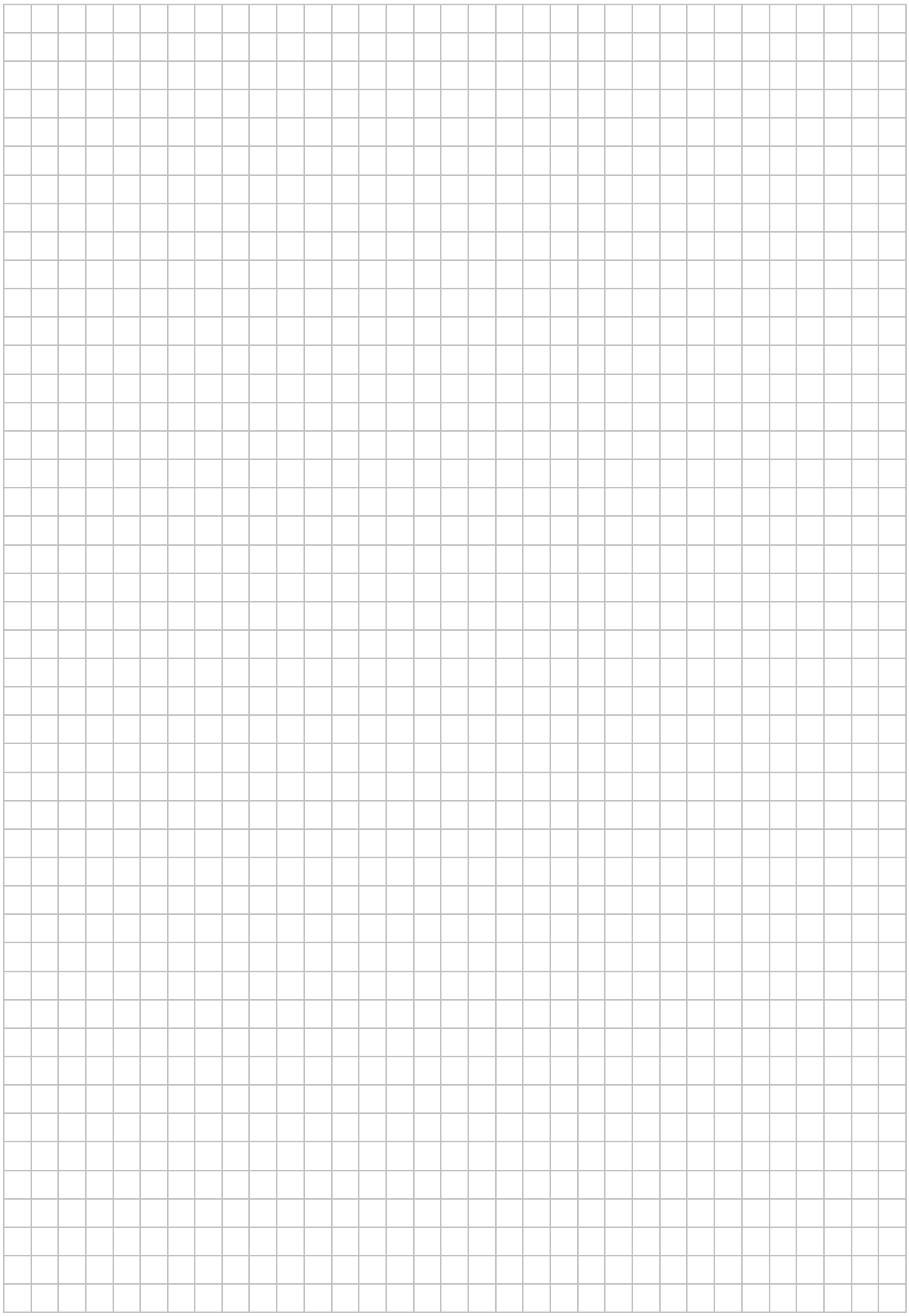
Zadanie 32. (0–4)

Funkcja kwadratowa $f(x)=ax^2+bx+c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1=-2$ i $x_2=6$. Wykres funkcji f przechodzi przez punkt $A=(1,-5)$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f.

$$f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$$
$$f(x)=a(x+2)(x-6)$$
$$A=(1;-5)$$
$$-5=a(1+2)(1-6)$$
$$-5=a\cdot 3\cdot(-5)$$
$$3a=1$$
$$a=\frac{1}{3}$$
$$f(x)=\frac{1}{3}(x+2)(x-6)=\frac{1}{3}(x^2-6x+2x-12)=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-4$$
$$q=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-\left[\left(-\frac{4}{3}\right)^2-4\cdot\frac{1}{3}\cdot(-4)\right]}{4\cdot\frac{1}{3}}=\frac{-\left(\frac{16}{9}+\frac{16}{3}\right)}{\frac{4}{3}}=\frac{-\left(\frac{16}{9}+\frac{48}{9}\right)}{\frac{4}{3}}=-\frac{64}{9}\cdot\frac{3}{4}=-\frac{16}{3}$$

lub:

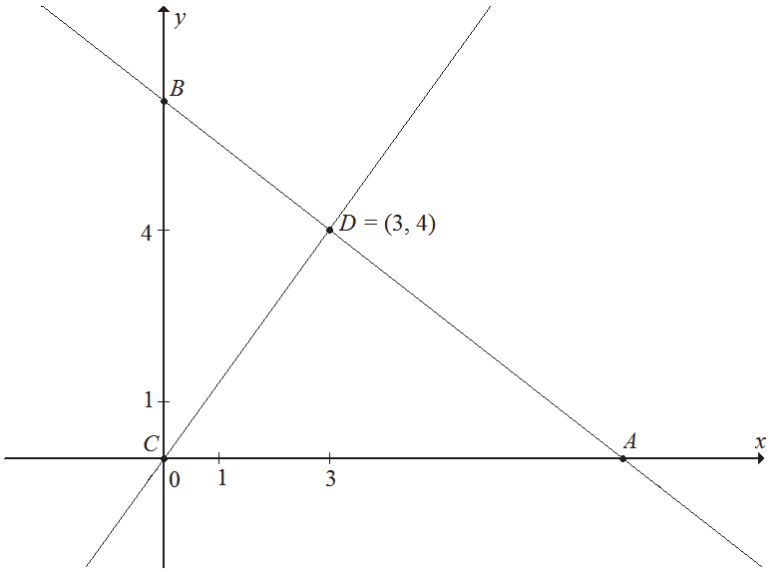
$$p=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-2+6}{2}=2$$
$$q=f(p)=\frac{1}{3}(2+2)(2-6)=\frac{1}{3}\cdot 4\cdot(-4)=-\frac{16}{3}$$



Odpowiedź:.....

Zadanie 33. (0–4)

Punkt $C=(0,0)$ jest wierzchołkiem trójkąta prostokątnego ABC, którego wierzchołek A leży na osi Ox, a wierzchołek B na osi Oy układu współrzędnych. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta opuszczoną z wierzchołka C przecina przeciwprostokątną AB w punkcie $D=(3,4)$.



Oblicz współrzędne wierzchołków A i B tego trójkąta oraz długość przeciwprostokątnej AB.

$\text{prCD}: y=a_1x+b_1$

$D=(3;4)$

$C=(0;0)$

$\begin{cases} 4=3a_1+b_1 \\ 0=0\cdot a_1+b_1 \end{cases}$

$b_1=0$

$a_1=\frac{4}{3}$

$y=\frac{4}{3}x$

$\text{prAB}\perp\text{prCD}$

$y=a_2x+b_2$

$a_1\cdot a_2=-1$

$a_2=-\frac{1}{a_1}=-\frac{3}{4}$

$y=-\frac{3}{4}x+b_2$

$D=(3;4)$

$4=-\frac{3}{4}\cdot 3+b_2$

$4=-\frac{9}{4}+b_2$

$b_2=4+\frac{9}{4}=\frac{25}{4}$

$y=-\frac{3}{4}x+\frac{25}{4}$

$B=\left(0;\frac{25}{4}\right)$

$A=(x_A;0)$

$0=-\frac{3}{4}x_A+\frac{25}{4}$

$\frac{3}{4}x_A=\frac{25}{4}$

$x_A=\frac{25}{3}$

$A=\left(\frac{25}{3};0\right)$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$a=\frac{25}{3}$$

$$b=\frac{25}{4}$$

$$c^2=\left(\frac{25}{3}\right)^2+\left(\frac{25}{4}\right)^2=\frac{625}{9}+\frac{625}{16}=\frac{16\cdot 625+9\cdot 625}{9\cdot 16}$$

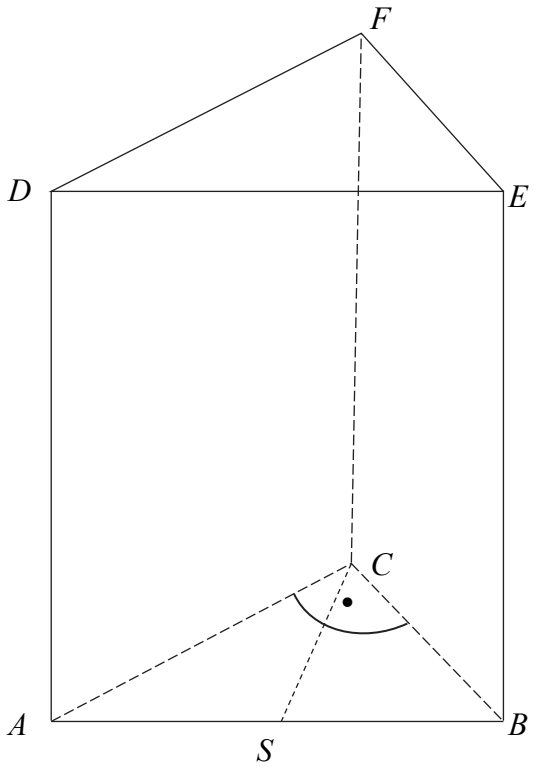
$$c^2=\frac{625\cdot\left(16+9\right)}{9\cdot 16}=\frac{625\cdot 25}{9\cdot 16}$$

$$c=\sqrt{\frac{625\cdot 25}{9\cdot 16}}=\frac{25\cdot 5}{2\cdot 4}=\frac{125}{8}=15\frac{5}{8}$$

Odpowiedź:.....

Zadanie 34. (0–5)

Podstawą graniastosłupa prostego $ABCDEF$ jest trójkąt prostokątny ABC, w którym $|\sphericalangle ACB| = 90°$ (zobacz rysunek). Stosunek długości przyprostokątnej AC tego trójkąta do długości przyprostokątnej BC jest równy 4 : 3. Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC, a długość odcinka SC jest równa 5. Pole ściany bocznej $BEFC$ graniastosłupa jest równe 48. Oblicz objętość tego graniastosłupa.



$$\frac{b}{a}=\frac{4}{3}\Rightarrow b=\frac{4a}{3}$$

$R=5$

$c=2R=10$

$P_{BEFC}=48$

$V=P_p\cdot H=\ldots$

$P_{BEFC}=a\cdot H$

$48=a\cdot H$

$a^2+b^2=c^2$

$$a^2+\left(\frac{4a}{3}\right)^2=10^2$$

$$a^2+\frac{16}{9}a^2=100$$

$$\frac{25}{9}a^2=100$$

$$a^2=100\cdot\frac{9}{25}$$

$$a=10\cdot\frac{3}{5}=6$$

$48=6\cdot H$

$$H=\frac{48}{6}$$

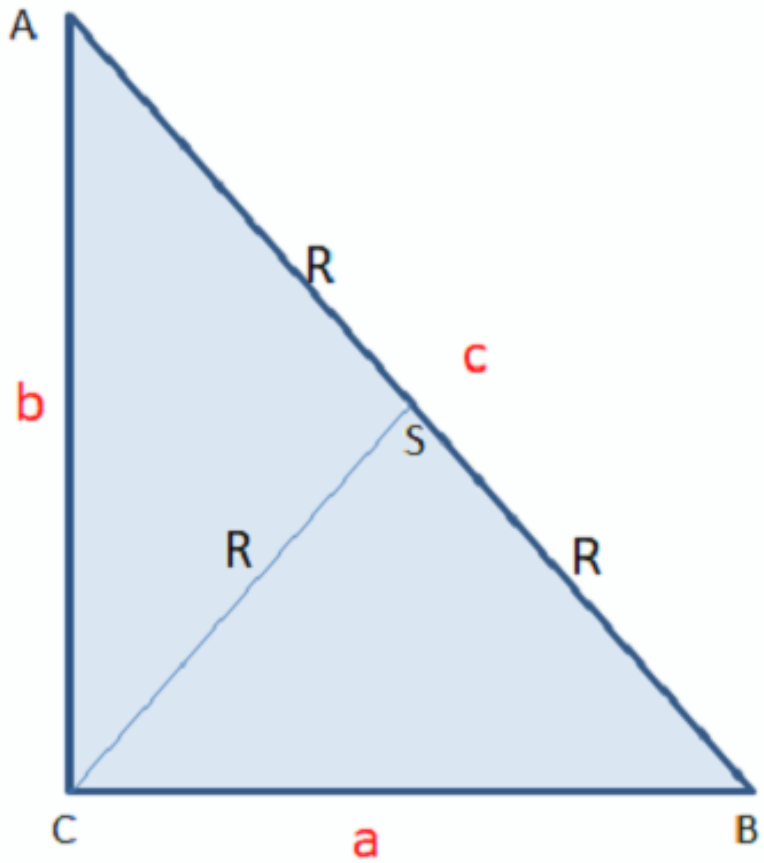
$H=8$

$$P_p=\frac{1}{2}a\cdot b=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot b$$

$$b=\frac{4\cdot 6}{3}=8$$

$P_p=3\cdot 8=24$

$V=24\cdot 8=192$



Odpowiedź:.....

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***