Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

LISTOPAD 2015

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–33.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–33.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $a = 8^{23} \cdot 4^{17}$ jest równa liczbie:

A. 2^{103} **B.** 4^{63} **C.** 2^{59} **D.** 32^{40}

Zadanie 2. (0–1)

Liczbą wymierną jest liczba:

A. $36^{\frac{2}{3}}$ **B.** $36^{\frac{3}{2}}$ **C.** $36^{\frac{1}{4}}$ **D.** $36^{\frac{3}{4}}$

Zadanie 3. (0–1)

Wyrażenie $\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^2$ jest równe:

A. 44 **B.** 10 **C.** $10-2\sqrt{21}$ **D.** $10-2\sqrt{10}$

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja $f(x)=(x+6)^2$ ma:

A. jedno miejsce zerowe: 6
B. jedno miejsce zerowe: -6
C. dwa miejsca zerowe: $6, -6$
D. zero miejsc zerowych

Zadanie 5. (0–1)

Tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym jest równy $\frac{3}{4}$, a przeciwprostokątna ma długość 30. Krótsza przyprostokątna trójkąta ma długość:

A. 15 **B.** 18 **C.** 24 **D.** 26

Zadanie 6. (0–1)

Jeśli cena towaru najpierw zmniejszyła się o 10%, a następnie zwiększyła się o 20%, to po tych dwóch operacjach wyjściowa cena towaru:

A. zwiększyła się o 10%
B. zmniejszyła się o 10%
C. zwiększyła się o 8%
D. zmniejszyła się o 8%

Zadanie 7. (0–1)

Maksymalny przedział otwarty, w którym funkcja $f(x)=-4x^2+16x-23$ jest rosnąca, to:

A. $(-\infty, 2)$ **B.** $(-\infty, -2)$ **C.** $(-\infty, -7)$ **D.** $(7, +\infty)$

Zadanie 8. (0–1)

Zbiór rozwiązań nierówności $x-\sqrt{3}x>2$ to:

A. $\left(-\infty, -1-\sqrt{3}\right)$ **B.** $\left(-\infty, -1+\sqrt{3}\right)$ **C.** $\left(-1-\sqrt{3}, +\infty\right)$ **D.** $\left(-1+\sqrt{3}, +\infty\right)$

BRUDNOPIS (***nie podlega ocenie***)

Zadanie 9. (0–1)

W okrąg o środku O wpisano trójkąt ostrokątny ABC. Jeśli $|ABO| = 48°$, to:

A. $|\angle ACB| = 42°$ **B.** $|\angle ACB| = 48°$ **C.** $|\angle ACB| = 52°$ **D.** $|\angle ACB| = 58°$

Zadanie 10. (0–1)

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = -3n + 118$. Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa:

A. 37 **B.** 38 **C.** 39 **D.** 0

Zadanie 11. (0–1)

Liczba miejsc zerowych funkcji $f(x) = (x-4)^2 + 9$ to:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 12. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = 2^x + 3$ jest zbiór:

A. wszystkich liczb rzeczywistych **B.** $(0, +\infty)$ **C.** $(-3, +\infty)$ **D.** $(3, +\infty)$

Zadanie 13. (0–1)

W ciągu arytmetycznym pierwszy i drugi wyraz są odpowiednio równe: 1, – 2. Dziewiąty wyraz tego ciągu jest równy:

A. –23 **B.** 23 **C.** –25 **D.** 25

Zadanie 14. (0–1)

Prosta o równaniu $y = 4x + 1$ przecina osie układu współrzędnych w punktach:

A. $(1,0)$ i $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ **B.** $(1,0)$ i $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$ **C.** $(0,1)$ i $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$ **D.** $(0,1)$ i $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$

Zadanie 15. (0–1)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 + 4x + 10$. Prosta $y = m$ nie ma z wykresem funkcji f punktów wspólnych. Maksymalny zbiór, do którego należy liczba m, to:

A. $(-\infty, -6)$ **B.** $(-\infty, 6)$ **C.** $(-2, +\infty)$ **D.** $(2, +\infty)$

Zadanie 16. (0–1)

Wiadomo, że $\operatorname{tg}\alpha = 5$ i α jest kątem ostrym. Wówczas wyrażenie $W = \frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$ ma wartość:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{3}{1}$

Zadanie 17. (0–1)

Jeżeli stosunek przyprostokątnych w trójkącie prostokątnym jest równy $\sqrt{3}$, to jeden z kątów ostrych ma miarę:

A. 15° **B.** 30° **C.** 45° **D.** 75°

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 18. (0–1)

Kąt wpisany oparty na $\frac{1}{9}$ okręgu ma miarę:

A. $80°$ **B.** $40°$ **C.** $20°$ **D.** $10°$

Zadanie 19. (0–1)

Jeśli $S=\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ jest środkiem odcinka AB i $A=\left(-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$, to:

A. $B=\left(-\frac{2}{3},\frac{7}{3}\right)$ **B.** $B=\left(\frac{2}{3},\frac{7}{3}\right)$ **C.** $B=\left(-\frac{2}{3},-\frac{7}{3}\right)$ **D.** $B=\left(\frac{2}{3},-\frac{7}{3}\right)$

Zadanie 20. (0–1)

Odchylenie standardowe danych: 1, 4, 1, 5, 9, 2, 1, 1 jest równe (z dokładnością do części setnych):

A. 7,25 **B.** 2,69 **C.** 5,75 **D.** 2,40

Zadanie 21. (0–1)

Przekątna przekroju osiowego walca jest nachylona do jego płaszczyzny podstawy pod kątem 45°. Wysokość walca ma długość 8. Objętość walca jest równa:

A. 216π **B.** 128π **C.** 64π **D.** 32π

Zadanie 22. (0–1)

Pole trójkąta jest równe 15. Dwa boki mają długości 10 i 6. Kąt między tymi bokami może mieć miarę:

A. $75°$ **B.** $60°$ **C.** $45°$ **D.** $30°$

Zadanie 23. (0–1)

Prosta l ma równanie $3x-2y=7$. Prosta k prostopadła do prostej l może mieć równanie:

A. $y=\frac{2}{3}x+1$ **B.** $y=-\frac{2}{3}x+1$ **C.** $y=\frac{3}{2}x+1$ **D.** $y=-\frac{3}{2}x+1$

Zadanie 24. (0–1)

Liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach i o parzystej cyfrze tysięcy, setek i dziesiątek jest:

A. $4\cdot4\cdot3\cdot7$ **B.** $4\cdot4\cdot3\cdot8$ **C.** $5\cdot5\cdot4\cdot8$ **D.** $4\cdot5\cdot4\cdot9$

Zadanie 25. (0–1)

Sześcian przecięto płaszczyzną przechodzącą przez dwie równoległe przekątne dolnej i górnej podstawy. Pole otrzymanego przekroju jest równe 16. Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe:

A. $8\sqrt{2}$ **B.** $32\sqrt{2}$ **C.** $48\sqrt{2}$ **D.** $56\sqrt{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

Sprawdź, czy liczba $\frac{33}{27}$ jest wyrazem ciągu o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{3n-1}{2n+5}$.

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż nierówność $-x^2+8x-20<0$.

Zadanie 28. (0–2)

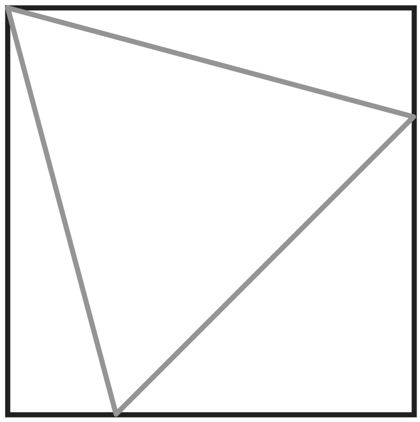
Punkty $A=(-2,4)$, $B=(6,2)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego. Wyznacz długość wysokości tego trójkąta.

Zadanie 29. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^2 - 6x + y^2 - 4y + 13 \geq 0$.

Zadanie 30. (0–2)

Dany jest kwadrat o boku $a=6$. W ten kwadrat wpisano trójkąt równoboczny w ten sposób, że jeden wierzchołek trójkąta jest wierzchołkiem kwadratu, a przeciwległy bok trójkąta jest równoległy do przekątnej kwadratu (patrz rysunek). Wykaż, że bok trójkąta jest równy $6\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$.



Zadanie 31. (0–4)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x)=ax^2+bx+c$. Wartość największa funkcji jest równa 10. Funkcja jest rosnąca jedynie w przedziale $\left(-\infty,2\right\rangle$, a do jej wykresu należy punkt $A=\left(4,-2\right)$. Wyznacz wartości współczynników a,b,c.

Zadanie 32. (0–5)

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 4, a suma kwadratów wyrazu drugiego, czwartego i siódmego jest równa 702. Wyznacz ogólny wyraz tego ciągu.

Zadanie 33. (0–6)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny. Promień okręgu wpisanego w podstawę jest równy 6. Ściana boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 60°. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej bryły.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-7879-239-0
9 788378 792390