

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD
2012

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1.–32.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–23.) zaznacz poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (24.–32.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

KOD
ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 23. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Wartość liczby $a = 16\sqrt[3]{4}$ jest równa wartości liczby:

- A. $2^{\frac{4}{3}}$ B. $2^{\frac{7}{3}}$ C. $2^{\frac{5}{3}}$ D. $2^{\frac{14}{3}}$

Zadanie 2. (1 pkt)

Miejscem zerowym funkcji f określonej wzorem $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -4) \\ 5x + 10 & \text{dla } x \in (-4, 2) \\ x + 4 & \text{dla } x \in (2, +\infty) \end{cases}$ jest:

- A. -4 B. -2 C. -1 D. 1

Zadanie 3. (1 pkt)

Funkcja f , określona wzorem $f(x) = x^2 - 3x - 4$, przyjmuje wartości ujemne jedynie w przedziale:

- A. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ B. $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$ C. $(-1, 4)$ D. $(-4, 1)$

Zadanie 4. (1 pkt)

Wartość liczby $25^{\log_5 2}$ jest równa:

- A. 2 B. 4 C. 5 D. 2^5

Zadanie 5. (1 pkt)

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = -n^2 + 16$ dla $n \geq 1$. Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 7

Zadanie 6. (1 pkt)

Kwotę 10000 zł wpłacamy do banku na 4 lata. Kapitalizacja odsetek jest dokonywana w tym banku co kwartał, a roczna stopa procentowa wynosi 3%. Po 4 latach kwotę na rachunku będzie można opisać wzorem:

- A. $10000 \cdot (1,0075)^4$ B. $10000 \cdot (1,03)^4$ C. $10000 \cdot (1,03)^{16}$ D. $10000 \cdot (1,0075)^{16}$

Zadanie 7. (1 pkt)

Dane liczby: $x = \frac{3}{\sqrt{5}-2}$, $y = \frac{12}{\sqrt{5}-1} + 1$, $z = 3\sqrt{5} + 2$ tworzą rosnący ciąg arytmetyczny w kolejności:

- A. z, y, x B. y, x, z C. x, y, z D. z, x, y

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 8. (1 pkt)

Suma $2n$ początkowych liczb naturalnych dodatnich parzystych jest równa:

A. $S_{2n} = 8n^2 + 4n$ B. $S_{2n} = 4n^2 + 2n$ C. $S_{2n} = 4n^2 + n$ D. $S_{2n} = 2n^2 + 2n$

Zadanie 9. (1 pkt)

W trójkącie równoramiennym wysokość jest dwa razy dłuższa od podstawy. Wynika stąd, że sinus kąta przy podstawie wynosi:

A. $\frac{\sqrt{17}}{17}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ D. $\frac{1}{17}$

Zadanie 10. (1 pkt)

Dziedziną funkcji f , określonej wzorem $f(x) = \frac{x-5}{x^2+4}$, jest zbiór:

A. $\mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$ C. \mathbb{R} D. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$

Zadanie 11. (1 pkt)

Liczbą przeciwną do liczby $a = 5^{\frac{2}{3}}$ jest:

A. $5^{\frac{3}{2}}$ B. $-5^{\frac{3}{2}}$ C. $5^{-\frac{2}{3}}$ D. $-5^{\frac{2}{3}}$

Zadanie 12. (1 pkt)

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie wykresu funkcji f o 10 jednostek w dół, to:

A. $y = f(x+10)$ B. $y = f(x)+10$ C. $y = f(x-10)$ D. $y = f(x)-10$

Zadanie 13. (1 pkt)

Rzucono sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo, że wyrzucona liczba oczek jest liczbą pierwszą, wynosi:

A. $\frac{4}{6}$ B. $\frac{3}{6}$ C. $\frac{2}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

Zadanie 14. (1 pkt)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{5}$. Wówczas $\cos \alpha$ jest równy:

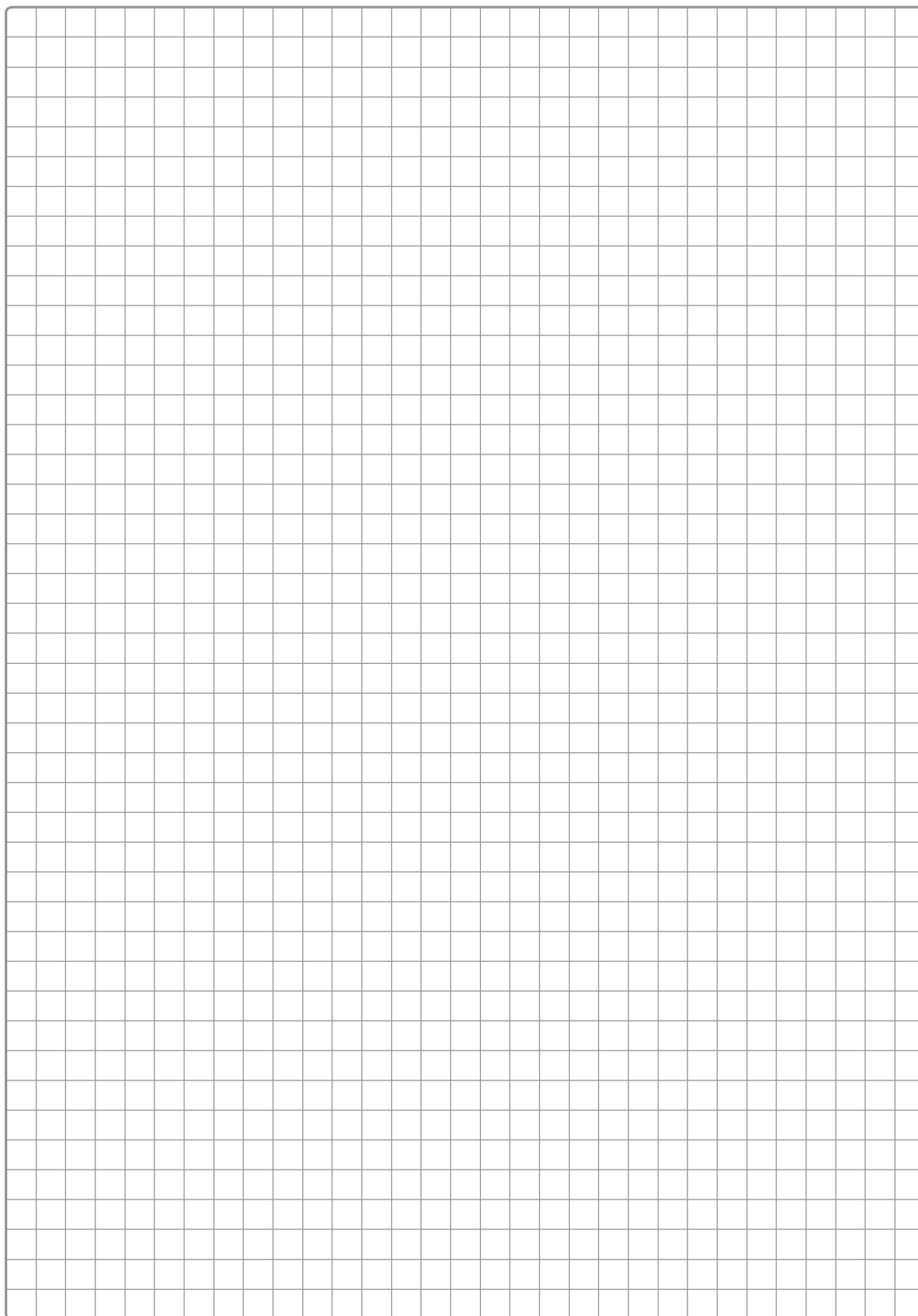
A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $\frac{10}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

Zadanie 15. (1 pkt)

Wielomian $W = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$ po rozłożeniu na czynniki ma postać wyrażenia:

A. $x^2(x-2)$ B. $x^2(x-4)$ C. $(x+2)(x-2)^2$ D. $(x-2)(x+2)^2$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 16. (1 pkt)

Zbiór $(-\infty, -8) \cup (-4, +\infty)$ jest rozwiązaniem nierówności:

- A. $|x - 6| \leq 2$ B. $|x - 6| \geq 2$ C. $|x + 6| \leq 2$ D. $|x + 6| \geq 2$

Zadanie 17. (1 pkt)

Funkcja $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ jest malejąca w przedziale:

- A. $(2, +\infty)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(1, +\infty)$

Zadanie 18. (1 pkt)

Proste l i k są prostopadłe i $l: 2x - 9y + 6 = 0$, $k: y = ax + b$. Wówczas:

- A. $a = -\frac{2}{9}$ B. $a = \frac{2}{9}$ C. $a = -\frac{9}{2}$ D. $a = \frac{9}{2}$

Zadanie 19. (1 pkt)

Iloraz ciągu geometrycznego o wyrazie ogólnym $a_n = 2 \cdot 7^n$ jest równy:

- A. $q = 2$ B. $q = 7$ C. $q = 9$ D. $q = 28$

Zadanie 20. (1 pkt)

Równanie $(x + 6)^2 + y^2 = 4$ opisuje okrąg o środku w punkcie S i promieniu r . Wówczas:

- A. $S = (-6, 0), r = 4$ B. $S = (6, 0), r = 4$ C. $S = (6, 0), r = 2$ D. $S = (-6, 0), r = 2$

Zadanie 21. (1 pkt)

Długość promienia r okręgu opisanego na kwadracie jest równa $2\sqrt{3}$. Długość boku tego kwadratu ma wartość:

- A. $4\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{6}$ C. $4\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{5}$

Zadanie 22. (1 pkt)

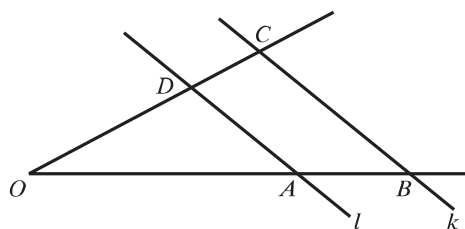
W turnieju szachowym, rozgrywanym systemem każdy z każdym, bez rewanżu, miało brać udział 8 zawodników. Jeden z nich zrezygnował. Liczba zaplanowanych rozgrywek zmniejszyła się o:

- A. 1 B. 14 C. 7 D. 8

Zadanie 23. (1 pkt)

Proste l i k są równoległe oraz $|OA| = 6$, $|AB| = 10$, $|OC| = 48$. Odcinek OD ma długość:

- A. 12 B. 18 C. $\frac{18}{5}$ D. $\frac{144}{5}$

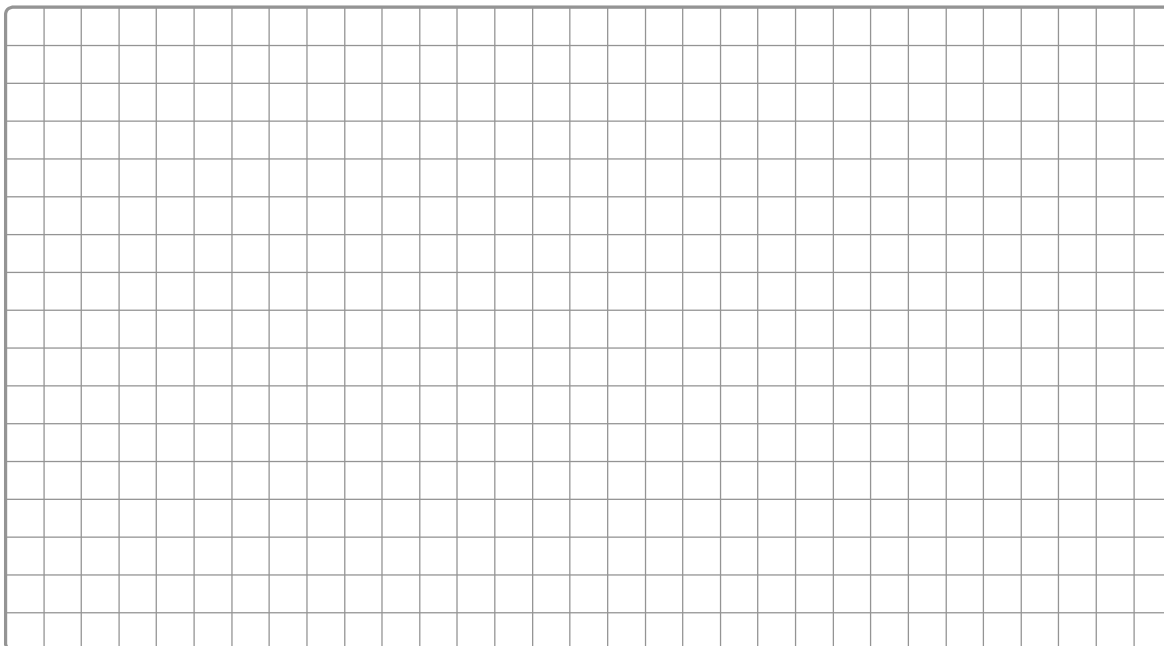


BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 26. (2 pkt)

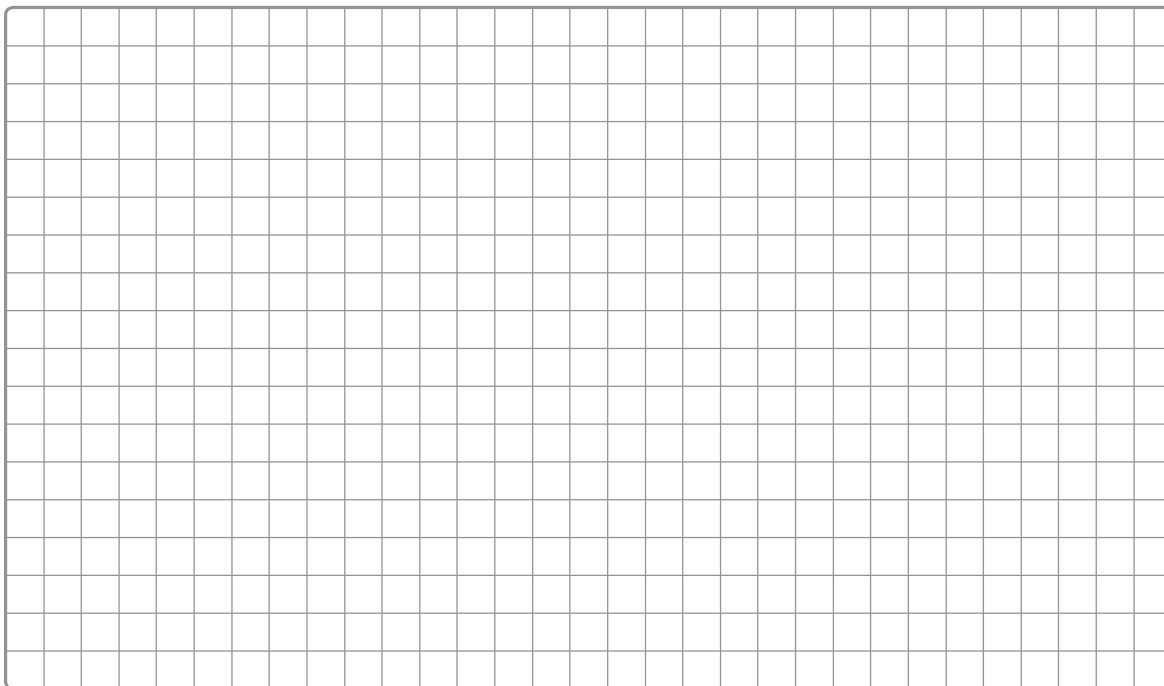
Rozwiąż równanie $2x^3 + 8x^2 - 3x - 12 = 0$.



Odpowiedź:

Zadanie 27. (2 pkt)

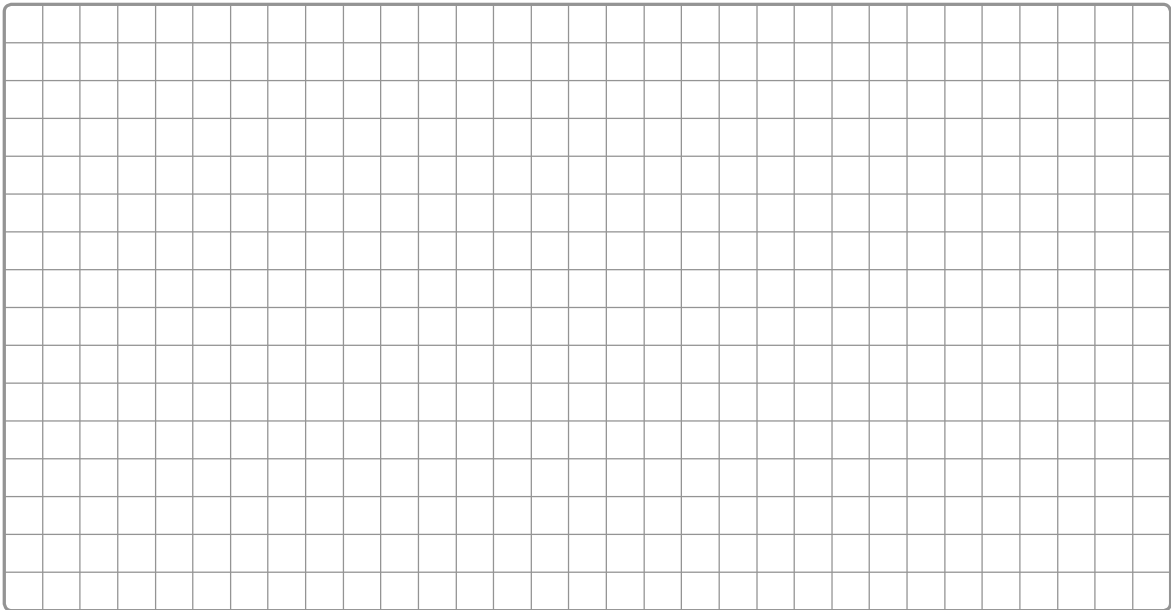
Rozwiąż nierówność $x^2 - 9 > 0$.



Odpowiedź:

Zadanie 28. (2 pkt)

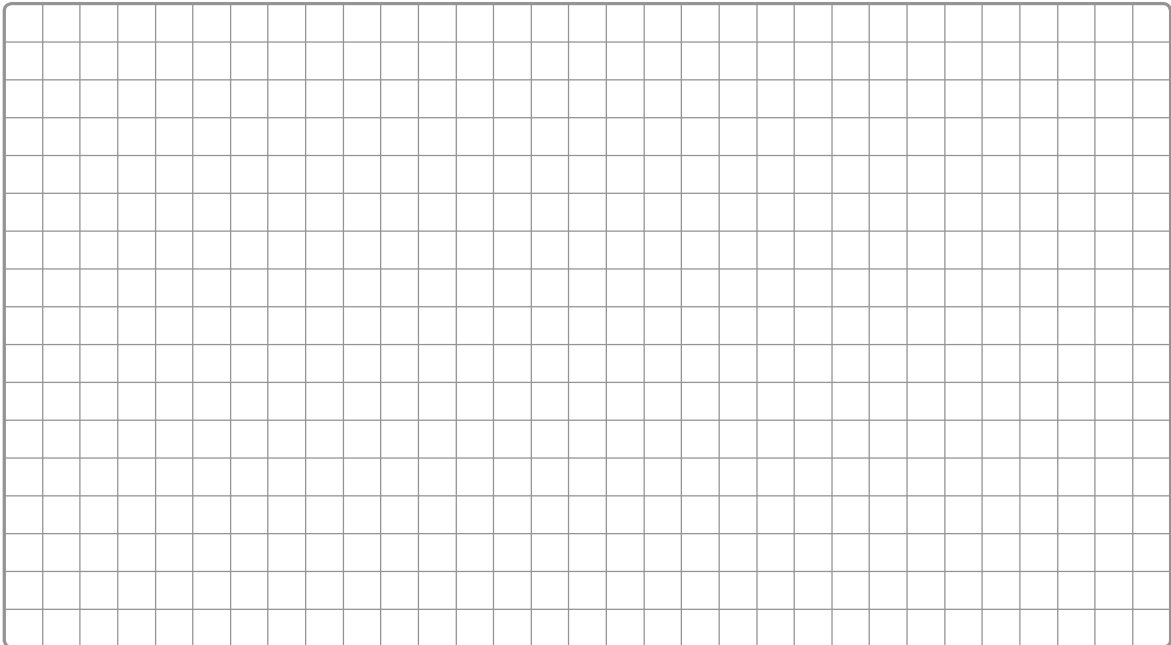
Dana jest liczba $a = \sqrt{(2 - 2\sqrt{5})^2} - 2\sqrt{5}$. Wykaż, że liczba a jest całkowita.



Odpowiedź:

Zadanie 29. (2 pkt)

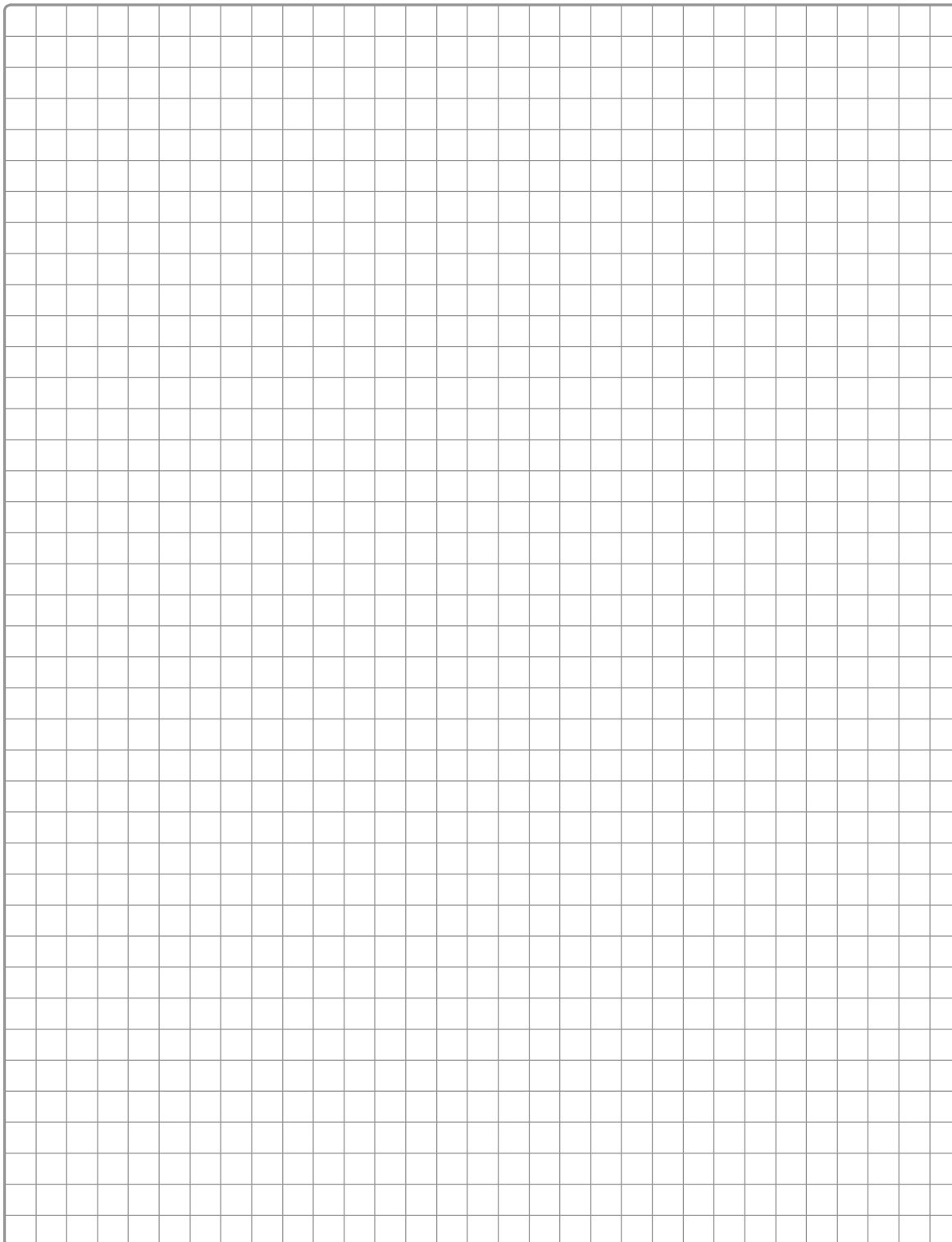
Długość krawędzi sześcianu zwiększono o 20%. Oblicz, o ile procent wzrosła objętość tego sześcianu.



Odpowiedź:

Zadanie 30. (5 pkt)

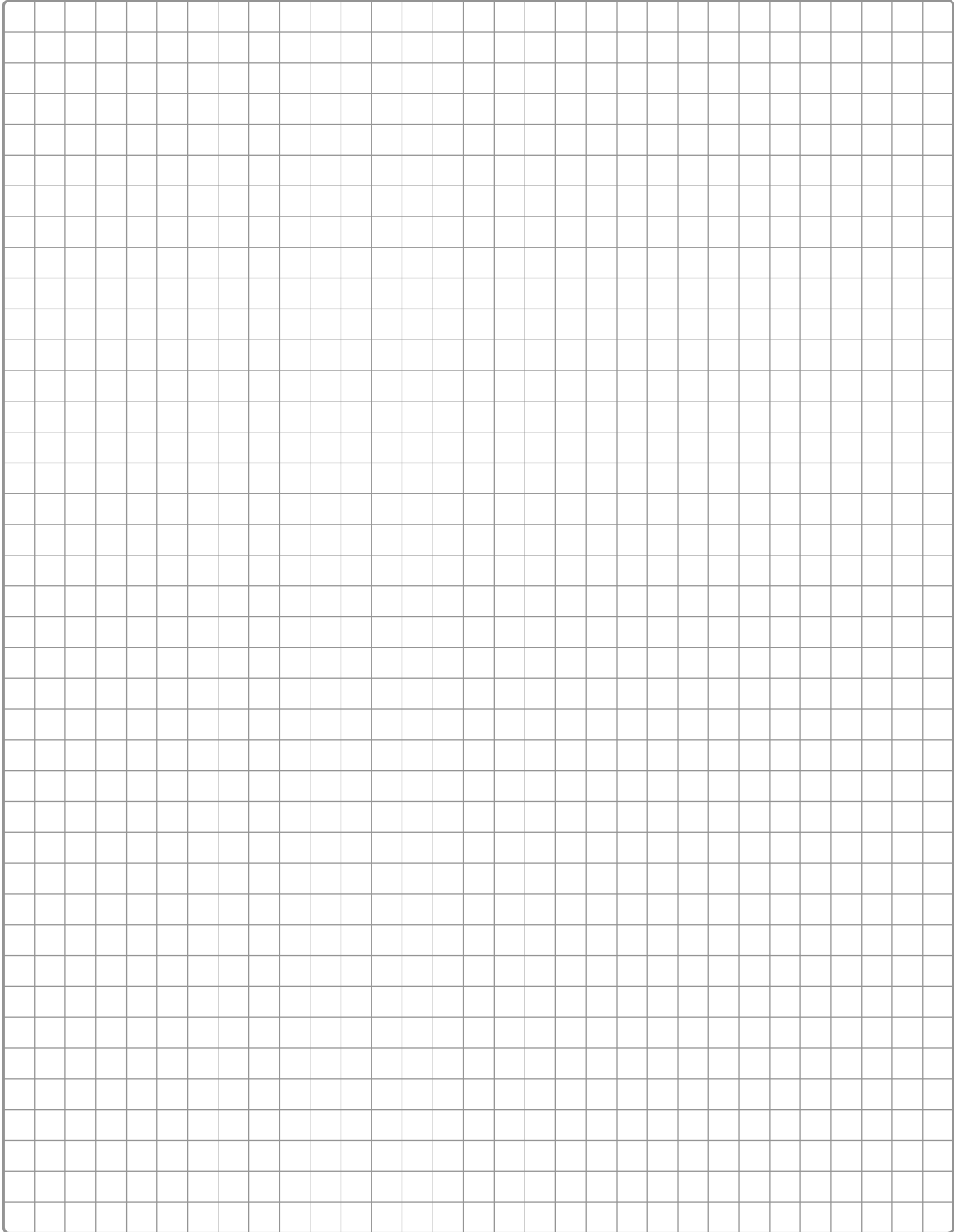
Prosta $y = x + 4$ przecina okrąg o równaniu $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$ w punktach A i B . Oblicz współrzędne punktów A i B , a następnie oblicz obwód trójkąta ABS , gdzie S jest środkiem danego okręgu.



Odpowiedź:

Zadanie 31. (5 pkt)

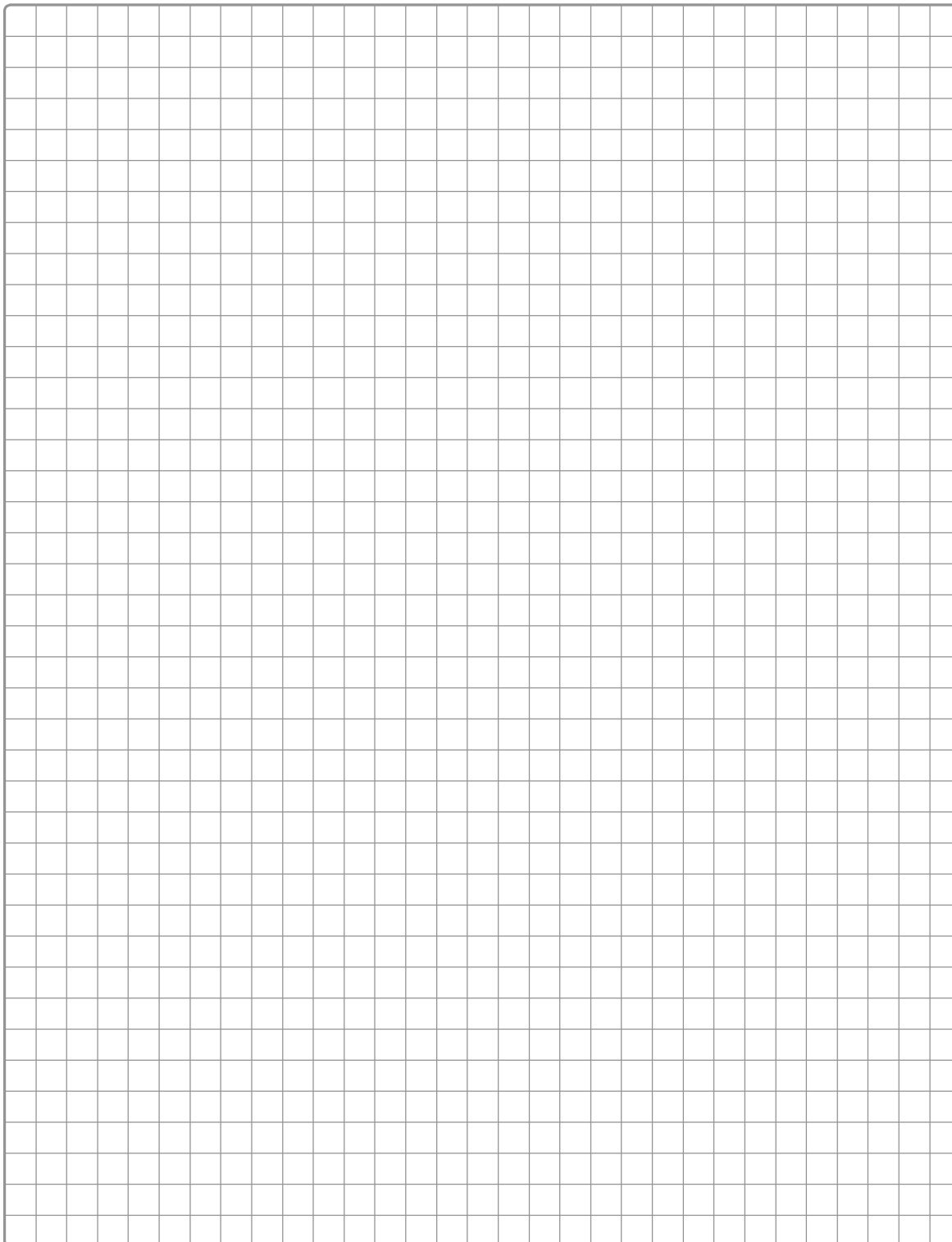
Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny. Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe 24, a kąt płaski ściany bocznej przy podstawie ma miarę α i $\operatorname{tg}\alpha = 2$. Wyznacz cosinus kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.



Odpowiedź:

Zadanie 32. (5 pkt)

Turysta pokonał pieszo trasę długości 30 km z miejscowości A do miejscowości B ze stałą prędkością. Rowerem poruszałby się z prędkością o 9 km/h większą i przybyłby do celu o 3 godziny wcześniej. Wyznacz prędkość marszu turysty i czas przejścia tej drogi.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

