(1) Ableitung

Anforderungen wie bisher, allerdings ohne Quotientenregel

Durch den Wegfall der Quotientenregel müssen „echte“ gebrochenrationale Funktionen wie zum Beispiel $f(x) = \frac{x}{3x^2 - 4}$ nicht mehr abgeleitet werden.

Sehr wohl denkbar ist beispielsweise aber die Ableitung von $f(x) = \frac{2}{3x^2 - 4}$.

(2) Stammfunktion, Integral

Anforderungen wie bisher

(3) Gleichungslehre

Anforderungen wie bisher, allerdings ohne Polynomdivision und Wurzelgleichungen

(4) Elemente der Kurvendiskussion

Anforderungen wie bisher

(5) Funktionenkompetenz

Anforderungen wie bisher, denkbar sind auch Aufgaben der folgenden Art:

Aufgabe 5.1

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = \sqrt{x}$ und $g(x) = x + 15$.

a) Berechnen Sie
- $f(49)$
- $f(g(49))$
- $g(f(49))$

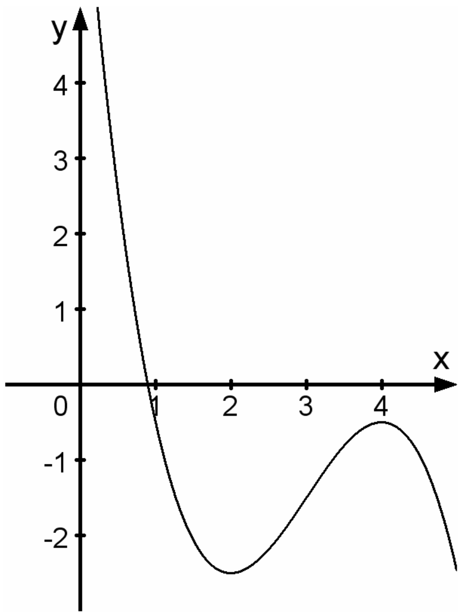
b) Für welchen Wert x ist $f(g(x)) = 4$?

(4 VP)

Aufgabe 5.2

Die Funktion f mit $f(x) = -0{,}5x^3 + 4{,}5x^2 - 12x + 7{,}5$

hat den nebenstehenden Graphen.



a) Begründen Sie ohne Rechnung, dass die Gleichung

$-0{,}5x^3 + 4{,}5x^2 - 12x + 7{,}5 = 0$

nur eine Lösung hat.

b) Geben Sie einen Wert von a an, so dass die Gleichung $f(x) = a$ drei Lösungen hat.

(4 VP)

Aufgabe 5.3

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche nicht?
Geben Sie jeweils eine Begründung für Ihre Entscheidung an.

a) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x-a}$ hat zwei Asymptoten.

b) Es gibt ganzrationale Funktionen dritten Grades, die genau zwei Nullstellen besitzen.

c) Der Graph einer ganzrationalen Funktion vierten Grades hat immer einen tiefsten Punkt.

(5 VP)

Aufgabe 5.4

Für welche Werte von x ist der Term $x \cdot (x+1)$ positiv? (3 VP)

Aufgabe 5.5

Vom Graphen einer ganzrationalen Funktion dritten Grades kennt man den Hochpunkt H(3|5) und den Tiefpunkt T(–2|1).
Was kann man ohne Bestimmung des Funktionsterms über die Anzahl der Nullstellen und über die Anzahl der Wendestellen sagen?
Begründen Sie Ihre Aussage. (3 VP)

Aufgabe 5.6

Für eine ganzrationale Funktion f gilt

$$f(0) = 5\ ,\ f'(0) = 0\ ,\ f''(0) < 0$$

$$f(2) = 0,\ f''(2) = 0,\ f'''(2) \neq 0\,.$$

Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen von f . (3 VP)

Aufgabe 5.7

Für die Funktion f gilt für alle $x \in [1\,;\,4]$

- $f(x) < 0$
- $f'(x) > 0$
- $f''(x) < 0$

Welche Eigenschaften hat demnach der Graph von f ?
Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen von f. (4 VP)

Aufgabe 5.8

Gegeben sind die Funktionen f mit $f(x) = \sin(x)$ und g mit $g(x) = \frac{1}{4}\sin(2x) + 3$.

Wie entsteht der Graph von g aus dem Graphen von f ? (3 VP)

(6) Lineare Gleichungssysteme, Inzidenzgeometrie

Anforderungen wie bisher, ohne Nachweis der linearen Unabhängigkeit.

(7) Metrische Geometrie

Anforderungen wie bisher

(8) Stochastik

Aufgabe 8.1

In einem Behälter befinden sich 2 rote und 4 blaue Kugeln. Es werden 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der beiden Kugeln rot ist.

b) Wie viele rote Kugeln hätten sich in dem Behälter befinden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine rote Kugel zu ziehen, 0,84 betragen hätte?

(5 VP)

Aufgabe 8.2

In einem Behälter befinden sich 6 Kugeln mit den Nummern 1 bis 6.
Es wird solange ohne Zurücklegen gezogen, bis eine gerade Nummer gezogen wird.

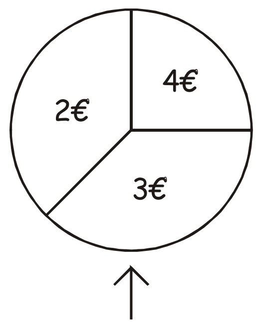
a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass erst im dritten Zug eine gerade Nummer gezogen wird.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man höchstens dreimal zieht?

(3 VP)

Aufgabe 8.3

Bei einem Glücksspiel wird das abgebildete Glücksrad benutzt.
Als Einsatz bezahlt man 3 €. Das Glücksrad wird einmal gedreht.
Man erhält den Betrag ausbezahlt, dessen Sektor über dem Pfeil zu stehen kommt.
Bestimmen Sie den Erwartungswert für den Gewinn.



(3 VP)

Aufgabe 8.4

Ein Glücksrad hat die Sektoren mit den Zahlen 1, 2 und 3 mit folgender Wahrscheinlichkeitsverteilung:

Sektor	1	2	3
Wahrscheinlichkeit	0,2	0,3	0,5

Das Glücksrad wird zu folgendem Glücksspiel verwendet:
Der Spieler zahlt zunächst 1 € Einsatz. Dann wird das Glücksrad dreimal gedreht. Sind die drei ermittelten Zahlen verschieden, bekommt der Spieler seinen Einsatz zurück. Kommt dreimal die „1“, erhält der Spieler 100 €. Sonst erhält er nichts.
Ist dieses Spiel fair? (3 VP)

Aufgabe 8.5

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0{,}6$.

a) Welche der Abbildungen zeigt die Verteilung von X ?
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

b) Bestimmen Sie mithilfe der Abbildung näherungsweise $P(4 < X < 7)$ und $P(X \neq 5)$.

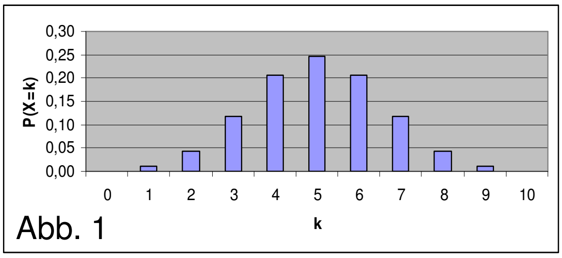


Abb. 1

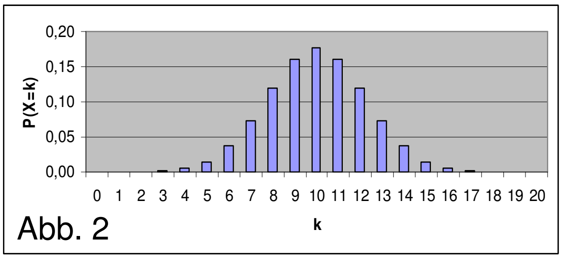


Abb. 2

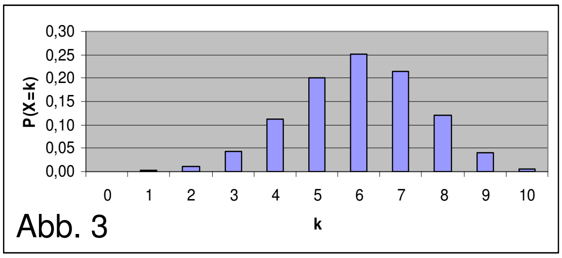


Abb. 3

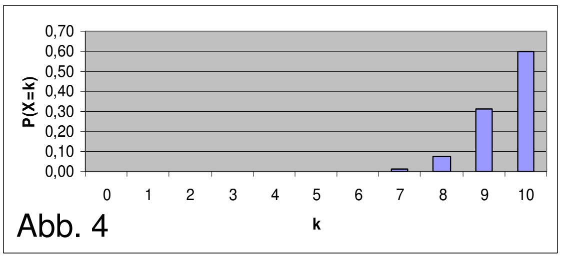


Abb. 4

(4 VP)

Aufgabe 8.6

Ein Basketballspieler übt Freiwürfe. Erfahrungsgemäß trifft er bei 80% seiner Würfe.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft er mit den ersten beiden Würfen zweimal?

b) Geben Sie ein Ereignis A und ein Ereignis B an, so dass gilt:

$$P(A) = 0{,}2^{10} \quad , \qquad P(B) = \binom{50}{40} \cdot 0{,}8^{40} \cdot 0{,}2^{10}$$

(3 VP)

(9) Beschreiben, Begründen

Anforderungen wie bisher, denkbar sind auch Aufgaben der folgenden Art:

Aufgabe 9.1

Die täglichen Heizkosten eines Hauses werden durch $k(t)$ dargestellt.

Dabei ist t die Zeit in Tagen seit dem 1. Januar 2013.

Was bedeutet $\int_0^{90} k(t)\,dt$ bzw. $\frac{1}{90}\int_0^{90} k(t)\,dt$? (2 VP)

Aufgabe 9.2

Es soll eine Gleichung einer ganzrationalen Funktion g dritten Grades ermittelt werden, welche die Extremstellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 2$ besitzt.

Folgende Lösungsschritte werden vorgeschlagen:

(1) Ableitungsfunktion von g: $g'(x) = (x+2)\cdot(x-2)$

$g'(x) = x^2 - 4$

(2) Gleichung einer Stammfunktion von g': $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$

a) Begründen Sie die Richtigkeit dieses Vorgehens.

b) Geben Sie die Funktionsgleichung einer weiteren ganzrationalen Funktion dritten Grades an, welche die Extremstellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 2$ besitzt.

(4 VP)

Aufgabe 9.3

Die folgenden Zeilen zeigen einen Teil der Lösung einer Geometrieaufgabe.

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \left[\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$g \cap E:\quad 2 \cdot 5t + (2 - t) - 3 \cdot (-1 + 3t) = 10$$

a) Was war gegeben?

Wie lautete die Aufgabe?

b) Lösen Sie die Aufgabe vollständig.

(4 VP)

Aufgabe 9.4

Bei einem Fest möchte ein Besucher an einem Glücksrad spielen. Bevor er spielt, stellt er folgende Rechnung auf:

$$x_1 \cdot P(x_1) + x_2 \cdot P(x_2) + x_3 \cdot P(x_3) = 1€ \cdot \frac{1}{3} - 3€ \cdot \frac{1}{2} + 4€ \cdot \frac{1}{6} = -\frac{1}{2}€$$

a) Welche Information erhält er durch diese Rechnung?

b) Wie könnte das verwendete Glücksrad aussehen und die Gewinnregel lauten? Beschreiben Sie möglichst genau.

(3 VP)