CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2013

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD **PESEL**

e-math.pl
dla uczniów

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

7 MAJA 2018

Godzina rozpoczęcia: 9:00

Czas pracy: 170 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

MMA-P1_1P-182

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Liczba $2\log_3 6 - \log_3 4$ jest równa

A. 4 **B.** 2 **C.** $2\log_3 2$ **D.** $\log_3 8$

Zadanie 2. *(1 pkt)*

Liczba $\sqrt[3]{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{81}{56}}$ jest równa

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{3}{2\sqrt[3]{21}}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{9}{4}$

Zadanie 3. *(1 pkt)*

Dane są liczby $a = 3,6 \cdot 10^{-12}$ oraz $b = 2,4 \cdot 10^{-20}$. Wtedy iloraz $\frac{a}{b}$ jest równy

A. $8,64 \cdot 10^{-32}$ **B.** $1,5 \cdot 10^{-8}$ **C.** $1,5 \cdot 10^{8}$ **D.** $8,64 \cdot 10^{32}$

Zadanie 4. *(1 pkt)*

Cena roweru po obniżce o 15% była równa 850 zł. Przed tą obniżką rower ten kosztował

A. 865,00 zł **B.** 850,15 zł **C.** 1000,00 zł **D.** 977,50 zł

Zadanie 5. *(1 pkt)*

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{1-2x}{2} > \frac{1}{3}$ jest przedział

A. $\left(-\infty, \frac{1}{6}\right)$ **B.** $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{1}{6}, +\infty\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

Zadanie 6. *(1 pkt)*

Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = -2(x+3)(x-5)$. Liczby x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji *f*. Zatem

A. $x_1 + x_2 = -8$ **B.** $x_1 + x_2 = -2$ **C.** $x_1 + x_2 = 2$ **D.** $x_1 + x_2 = 8$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 7. *(1 pkt)*

Równanie $\frac{x^2+2x}{x^2-4}=0$

A. ma trzy rozwiązania: $x=-2$, $x=0$, $x=2$

B. ma dwa rozwiązania: $x=0$, $x=2$

C. ma dwa rozwiązania: $x=-2$, $x=2$

D. ma jedno rozwiązanie: $x=0$

Zadanie 8. *(1 pkt)*

Funkcja liniowa f określona jest wzorem $f(x)=\frac{1}{3}x-1$, dla wszystkich liczb rzeczywistych x. Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=\left(0,\frac{1}{3}\right)$.

B. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=(0,-1)$.

C. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=\left(0,\frac{1}{3}\right)$.

D. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=(0,-1)$.

Zadanie 9. *(1 pkt)*

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x)=x^2-6x-3$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

A. $(-6,-3)$ **B.** $(-6,69)$ **C.** $(3,-12)$ **D.** $(6,-3)$

Zadanie 10. *(1 pkt)*

Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x)=ax+b$, a punkt $M=(3,-2)$ należy do wykresu tej funkcji. Współczynnik a we wzorze tej funkcji jest równy

A. 1 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $-\frac{3}{2}$ **D.** -1

Zadanie 11. *(1 pkt)*

Dany jest ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n=\frac{5-2n}{6}$ dla $n\geq 1$. Ciąg ten jest

A. arytmetyczny i jego różnica jest równa $r=-\frac{1}{3}$.

B. arytmetyczny i jego różnica jest równa $r=-2$.

C. geometryczny i jego iloraz jest równy $q=-\frac{1}{3}$.

D. geometryczny i jego iloraz jest równy $q=\frac{5}{6}$.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 12. *(1 pkt)*

Dla ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, jest spełniony warunek $a_4 + a_5 + a_6 = 12$. Wtedy

A. $a_5 = 4$ **B.** $a_5 = 3$ **C.** $a_5 = 6$ **D.** $a_5 = 5$

Zadanie 13. *(1 pkt)*

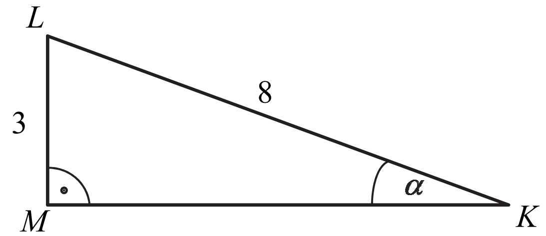
Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, w którym $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = 2\sqrt{2}$, $a_3 = 4\sqrt{2}$. Wzór na *n*-ty wyraz tego ciągu ma postać

A. $a_n = \left(\sqrt{2}\right)^n$ **B.** $a_n = \dfrac{2^n}{\sqrt{2}}$

C. $a_n = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ **D.** $a_n = \dfrac{\left(\sqrt{2}\right)^n}{2}$

Zadanie 14. *(1 pkt)*

Przyprostokątna *LM* trójkąta prostokątnego *KLM* ma długość 3, a przeciwprostokątna *KL* ma długość 8 (zobacz rysunek).



Wówczas miara α kąta ostrego *LMK* tego trójkąta spełnia warunek

A. $27° < \alpha \leq 30°$ **B.** $24° < \alpha \leq 27°$ **C.** $21° < \alpha \leq 24°$ **D.** $18° < \alpha \leq 21°$

Zadanie 15. *(1 pkt)*

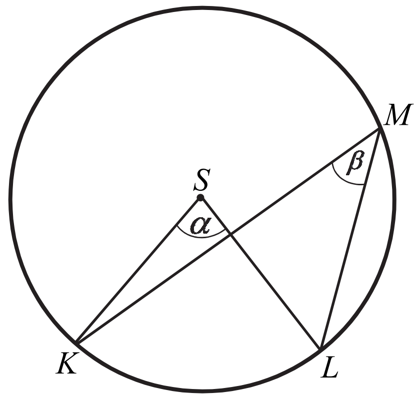
Dany jest trójkąt o bokach długości: $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$, $4\sqrt{5}$. Trójkątem podobnym do tego trójkąta jest trójkąt, którego boki mają długości

A. 10, 15, 20 **B.** 20, 45, 80 **C.** $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ **D.** $\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 16. *(1 pkt)*

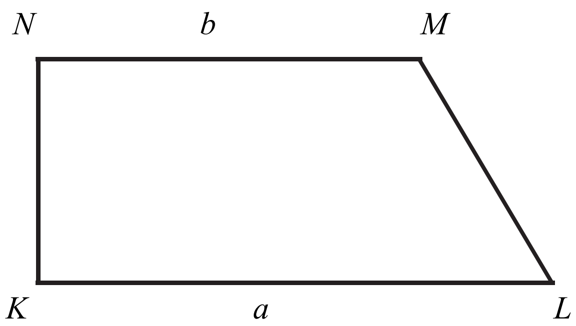
Dany jest okrąg o środku *S*. Punkty *K*, *L* i *M* leżą na tym okręgu. Na łuku *KL* tego okręgu są oparte kąty *KSL* i *KML* (zobacz rysunek), których miary α i β, spełniają warunek $\alpha+\beta=111^\circ$. Wynika stąd, że



A. $\alpha=74^\circ$ **B.** $\alpha=76^\circ$ **C.** $\alpha=70^\circ$ **D.** $\alpha=72^\circ$

Zadanie 17. *(1 pkt)*

Dany jest trapez prostokątny *KLMN*, którego podstawy mają długości $|KL|=a$, $|MN|=b$, $a>b$. Kąt *KLM* ma miarę 60°. Długość ramienia *LM* tego trapezu jest równa



A. $a-b$ **B.** $2(a-b)$ **C.** $a+\frac{1}{2}b$ **D.** $\frac{a+b}{2}$

Zadanie 18. *(1 pkt)*

Średnicą okręgu jest odcinek *KL*, gdzie $K=(6,8)$, $L=(-6,-8)$. Równanie tego okręgu ma postać

A. $x^2+y^2=200$ **B.** $x^2+y^2=100$ **C.** $x^2+y^2=400$ **D.** $x^2+y^2=300$

Zadanie 19. *(1 pkt)*

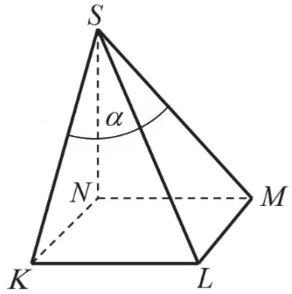
Proste o równaniach $y=(m+2)x+3$ oraz $y=(2m-1)x-3$ są równoległe, gdy

A. $m=2$ **B.** $m=3$ **C.** $m=0$ **D.** $m=1$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 20. *(1 pkt)*

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat *KLMN* o boku długości 4. Wysokością tego ostrosłupa jest krawędź *NS*, a jej długość też jest równa 4 (zobacz rysunek).

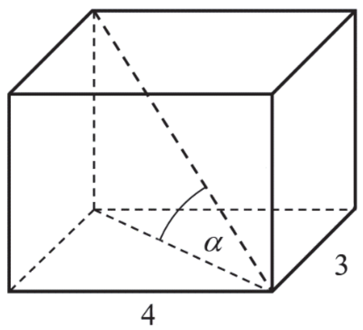


Kąt α , jaki tworzą krawędzie *KS* i *MS*, spełnia warunek

A. $\alpha = 45°$ **B.** $45° < \alpha < 60°$ **C.** $\alpha > 60°$ **D.** $\alpha = 60°$

Zadanie 21. *(1 pkt)*

Podstawą graniastosłupa prostego jest prostokąt o bokach długości 3 i 4. Kąt α , jaki przekątna tego graniastosłupa tworzy z jego podstawą, jest równy $45°$ (zobacz rysunek).

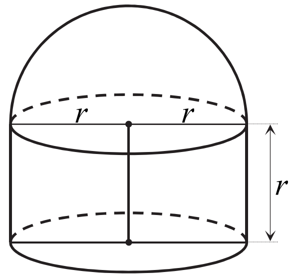


Wysokość graniastosłupa jest równa

A. 5 **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 22. *(1 pkt)*

Na rysunku przedstawiono bryłę zbudowaną z walca i półkuli. Wysokość walca jest równa *r* i jest taka sama jak promień półkuli oraz taka sama jak promień podstawy walca.



Objętość tej bryły jest równa

A. $\frac{5}{3}\pi r^3$ **B.** $\frac{4}{3}\pi r^3$ **C.** $\frac{2}{3}\pi r^3$ **D.** $\frac{1}{3}\pi r^3$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 23. *(1 pkt)*

W zestawie $\underbrace{2, 2, 2, ..., 2}_{m \text{ liczb}}, \underbrace{4, 4, 4, ..., 4}_{m \text{ liczb}}$ jest $2m$ liczb $(m \geq 1)$, w tym m liczb 2 i m liczb 4.

Odchylenie standardowe tego zestawu liczb jest równe

A. 2 **B.** 1 **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **D.** $\sqrt{2}$

Zadanie 24. *(1 pkt)*

Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych mniejszych niż 2018 i podzielnych przez 5?

A. 402 **B.** 403 **C.** 203 **D.** 204

Zadanie 25. *(1 pkt)*

W pudełku jest 50 kuponów, wśród których jest 15 kuponów przegrywających, a pozostałe kupony są wygrywające. Z tego pudełka w sposób losowy wyciągamy jeden kupon. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wyciągniemy kupon wygrywający, jest równe

A. $\frac{15}{35}$ **B.** $\frac{1}{50}$ **C.** $\frac{15}{50}$ **D.** $\frac{35}{50}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 26. *(2 pkt)*

Rozwiąż nierówność $2x^2 - 3x > 5$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. *(2 pkt)*

Rozwiąż równanie $x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	26.	27.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

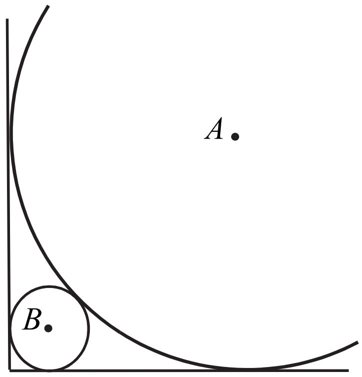
Zadanie 28. *(2 pkt)*

Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{2a}+\frac{1}{2b}\geq\frac{2}{a+b}.$$

Zadanie 29. *(2 pkt)*

Okręgi o środkach odpowiednio A i B są styczne zewnętrznie i każdy z nich jest styczny do obu ramion danego kąta prostego (zobacz rysunek). Promień okręgu o środku A jest równy 2.



Uzasadnij, że promień okręgu o środku B jest mniejszy od $\sqrt{2}-1$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. *(2 pkt)*

Do wykresu funkcji wykładniczej, określonej dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x)=a^x$ (gdzie $a>0$ i $a\neq 1$), należy punkt $P=(2,9)$. Oblicz a i zapisz zbiór wartości funkcji g, określonej wzorem $g(x)=f(x)-2$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. *(2 pkt)*

Dwunasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, jest równy 30, a suma jego dwunastu początkowych wyrazów jest równa 162. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. *(5 pkt)*

W układzie współrzędnych punkty $A=(4,3)$ i $B=(10,5)$ są wierzchołkami trójkąta *ABC*. Wierzchołek *C* leży na prostej o równaniu $y=2x+3$. Oblicz współrzędne punktu *C*, dla którego kąt *ABC* jest prosty.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	32.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 33. *(4 pkt)*

Dane są dwa zbiory: $A=\{100, 200, 300, 400, 500, 600, 700\}$ i $B=\{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$.

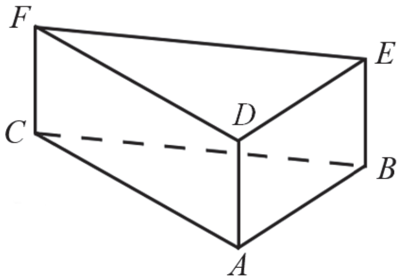
Z każdego z nich losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie podzielna przez 3. Obliczone prawdopodobieństwo zapisz w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	33.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 34. *(4 pkt)*

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny (zobacz rysunek). Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe $45\sqrt{3}$. Pole podstawy graniastosłupa jest równe polu jednej ściany bocznej. Oblicz objętość tego graniastosłupa.



Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	34.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***