

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **9 maja 2017 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania kryteriów oceniania
- nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1_1P-172

NOWA FORMUŁA

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$ jest równa

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0–1)

Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n = \frac{(n^2 - 10n)(2 - 3n)}{2n^3 + n^2 + 3}$ dla $n \geq 1$.

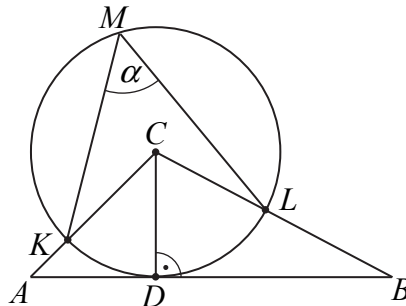
Wtedy

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\frac{3}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Odcinek CD jest wysokością trójkąta ABC , w którym $|AD| = |CD| = \frac{1}{2}|BC|$ (zobacz rysunek).

Okrąg o środku C i promieniu CD jest styczny do prostej AB . Okrąg ten przecina boki AC i BC trójkąta odpowiednio w punktach K i L .



Zaznaczony na rysunku kąt α wpisany w okrąg jest równy

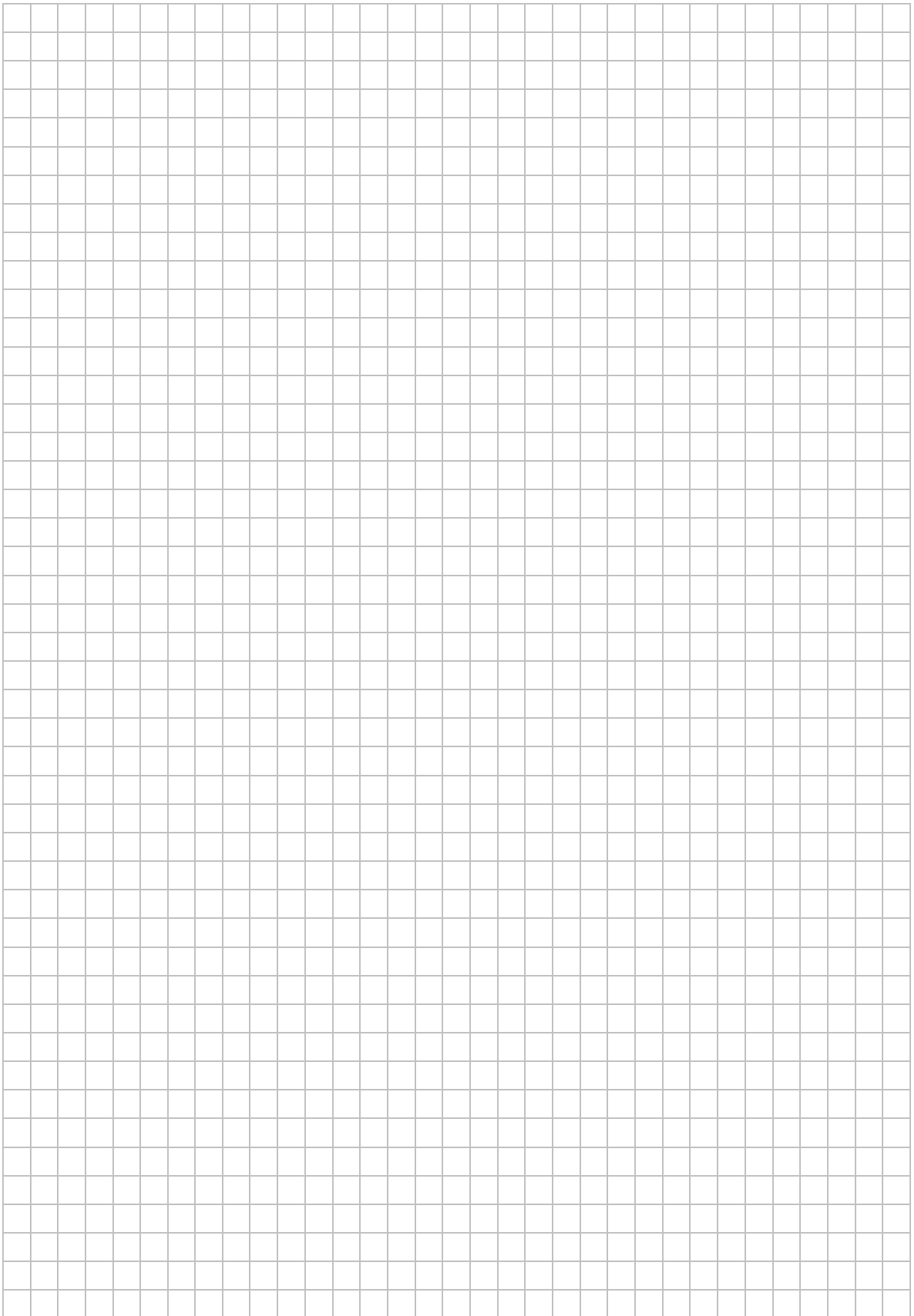
- A. $37,5^\circ$ B. 45° C. $52,5^\circ$ D. 60°

Zadanie 4. (0–1)

Dane są punkt $B = (-4, 7)$ i wektor $\vec{u} = [-3, 5]$. Punkt A , taki, że $\overline{AB} = -3\vec{u}$, ma współrzędne

- A. $A = (5, -8)$ B. $A = (-13, 22)$ C. $A = (9, -15)$ D. $A = (12, 24)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 5. (0–2)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 - 2x^2 + ax + \frac{3}{4}$ przez dwumian $x - 2$ jest równa 1.

Oblicz wartość współczynnika a .

W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 6. (0–3)

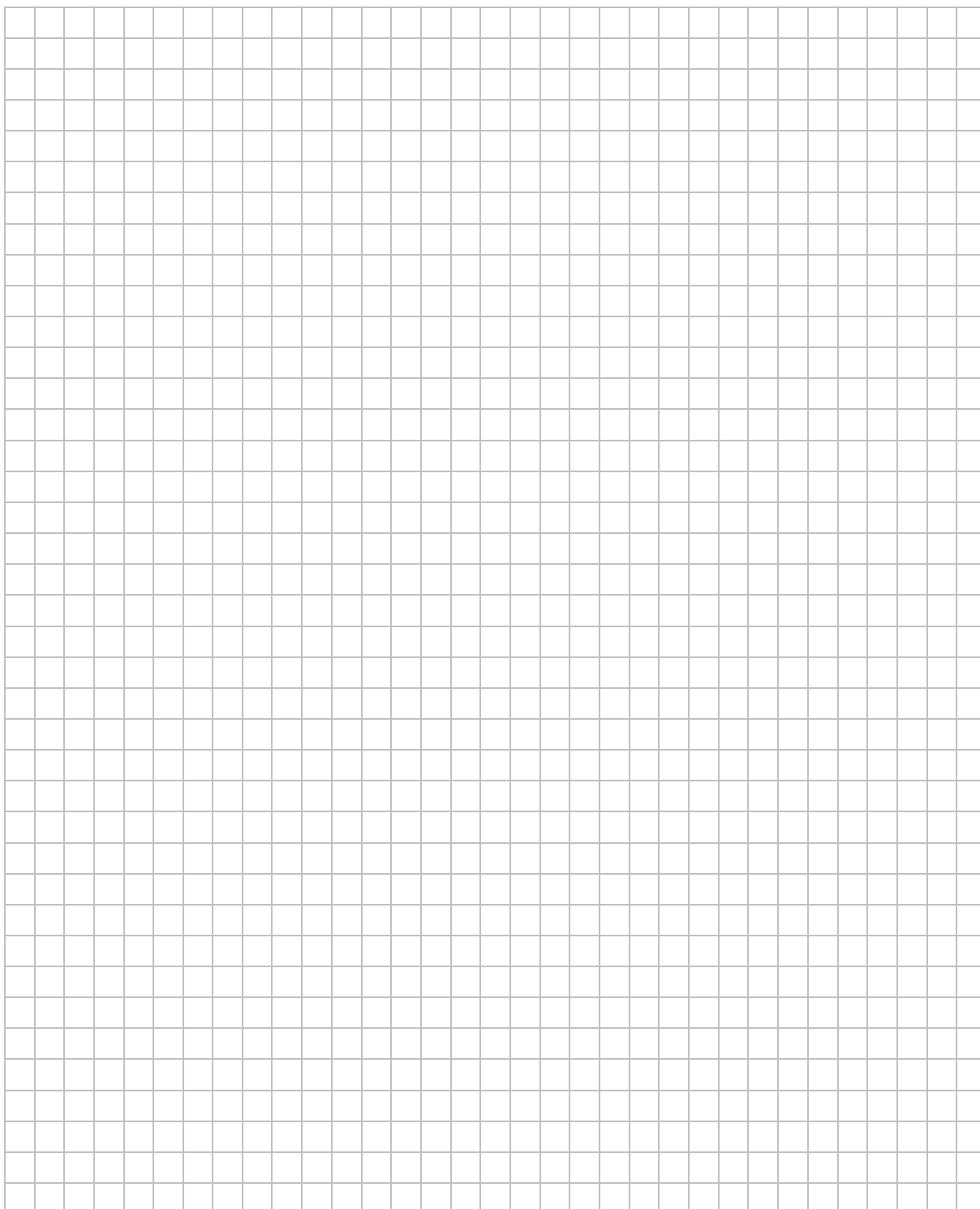
Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz

równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie $P = (1, 0)$.

Odpowiedź:

Zadanie 7. (0–3)Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^2y^2 + 2x^2 + 2y^2 - 8xy + 4 > 0.$$

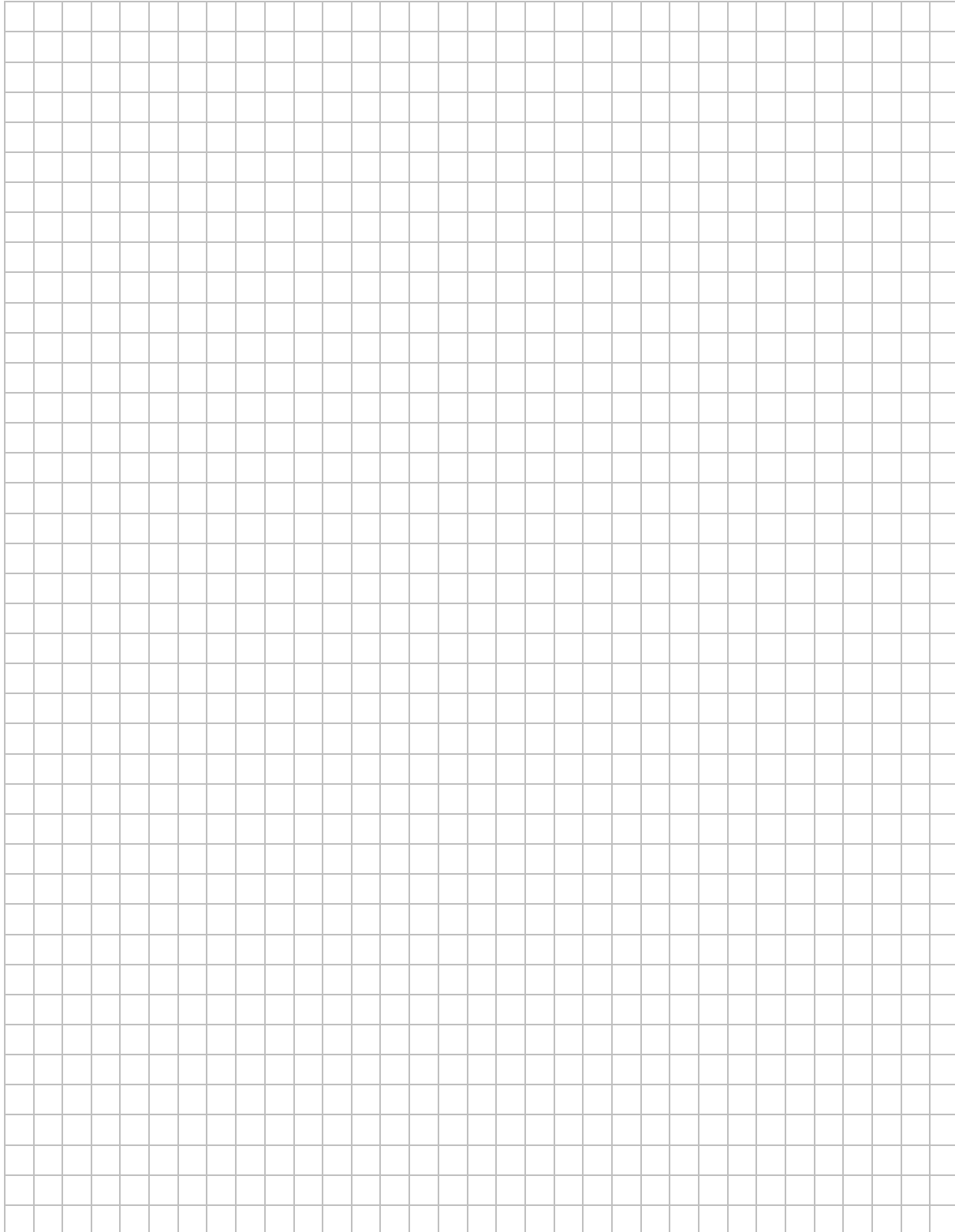


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	3	3
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 8. (0–3)

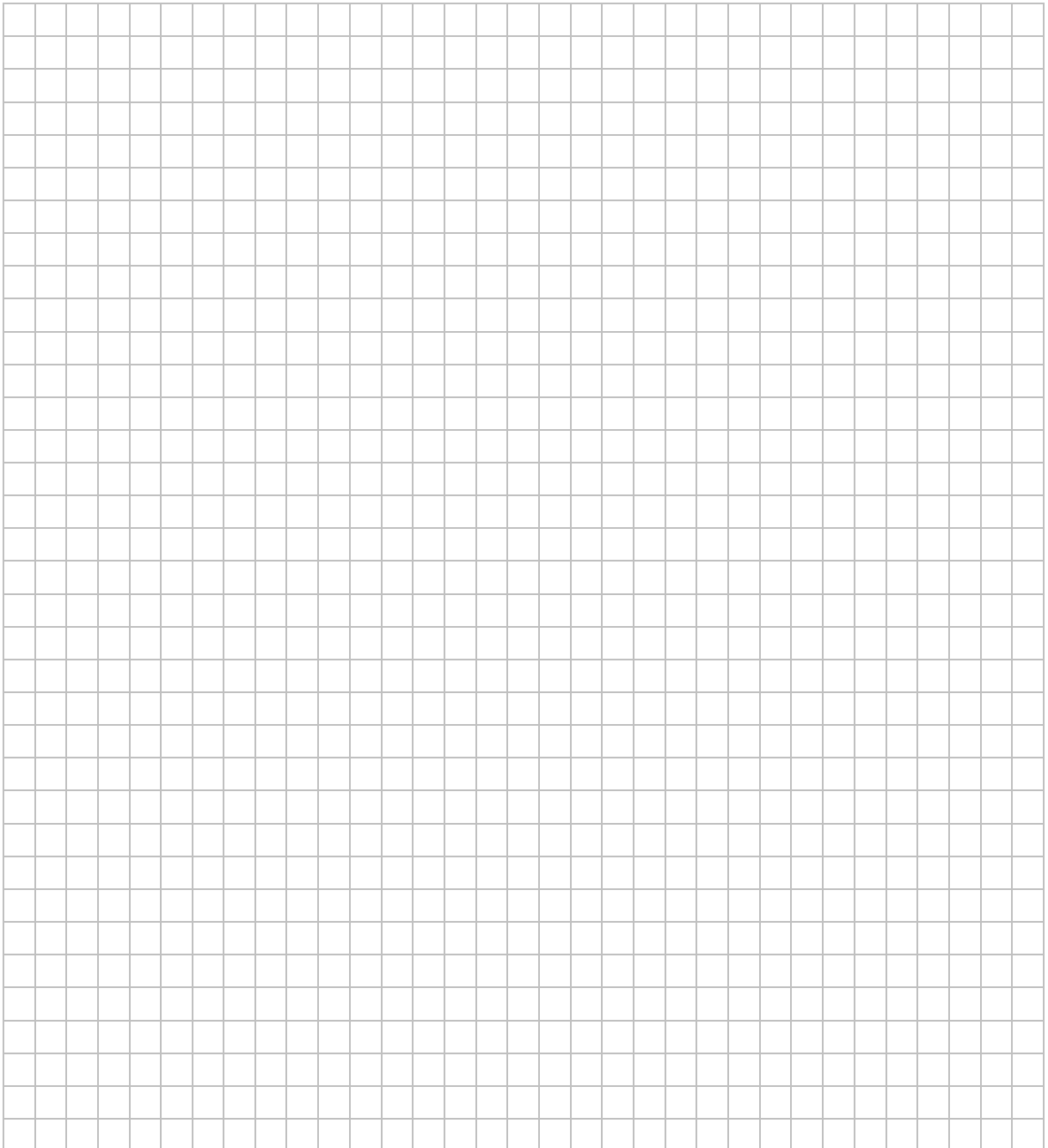
W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c , długość boku BC jest równa a oraz $|\sphericalangle ABC| = \beta$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC trójkąta w punkcie E .

Wykaż, że długość odcinka BE jest równa $\frac{2ac \cdot \cos \frac{\beta}{2}}{a+c}$.



Zadanie 9. (0–4)

W czworościanie, którego wszystkie krawędzie mają taką samą długość 6, umieszczono kulę tak, że ma ona dokładnie jeden punkt wspólny z każdą ścianą czworościanu. Płaszczyzna π , równoległa do podstawy tego czworościanu, dzieli go na dwie bryły: ostrosłup o objętości równej $\frac{8}{27}$ objętości dzielonego czworościanu i ostrosłup ścięty. Oblicz odległość środka S kuli od płaszczyzny π , tj. długość najkrótszego spośród odcinków SP , gdzie P jest punktem płaszczyzny π .

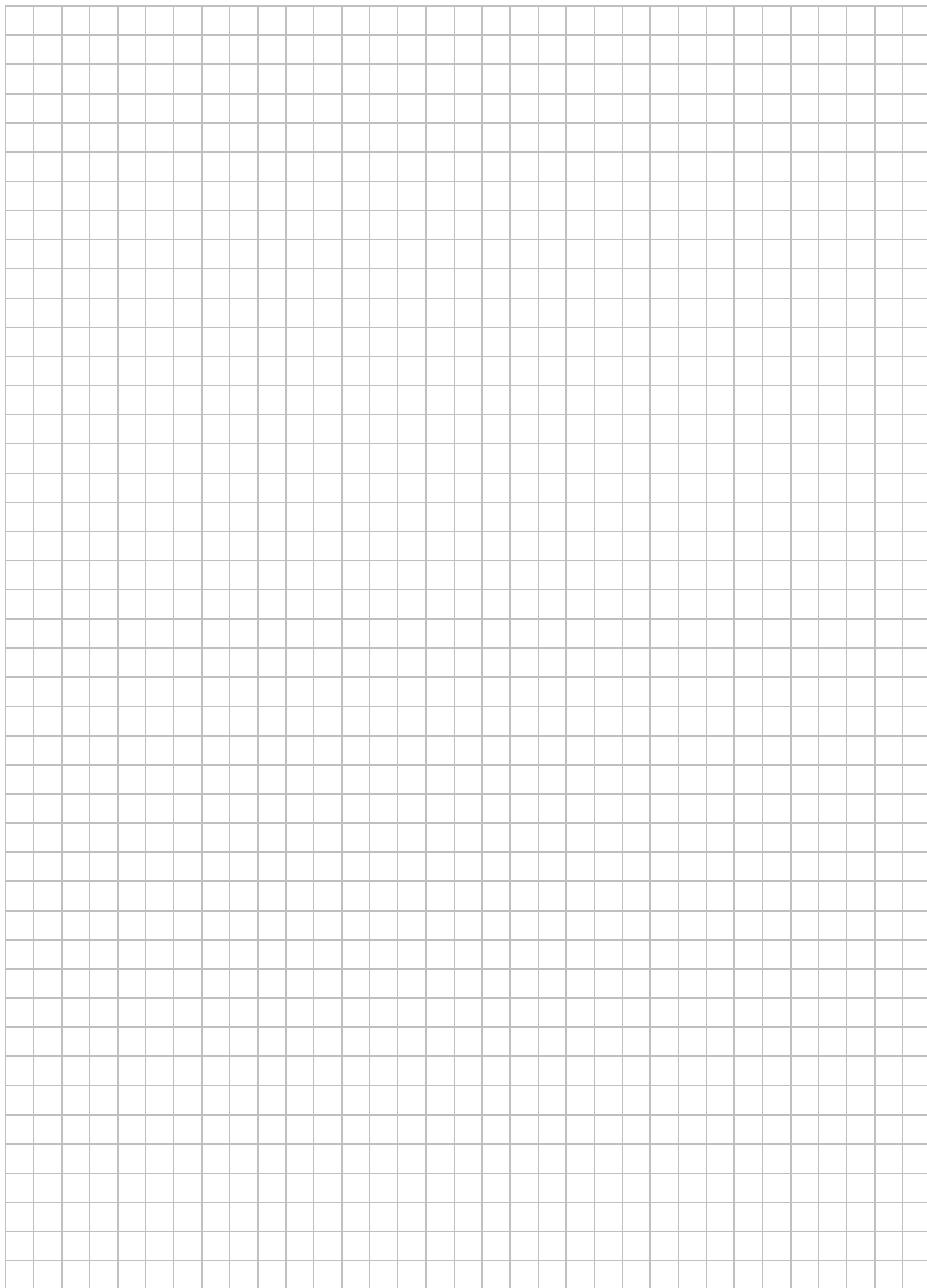


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $\cos 2x + 3 \cos x = -2$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–4)

W pudełku znajduje się 8 piłeczek oznaczonych kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 8. Losujemy jedną piłeczkę, zapisujemy liczbę na niej występującą, a następnie zwracamy piłeczkę do urny. Tę procedurę wykonujemy jeszcze dwa razy i tym samym otrzymujemy zapisane trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takich piłeczek, że iloczyn trzech zapisanych liczb jest podzielny przez 4. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego.

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

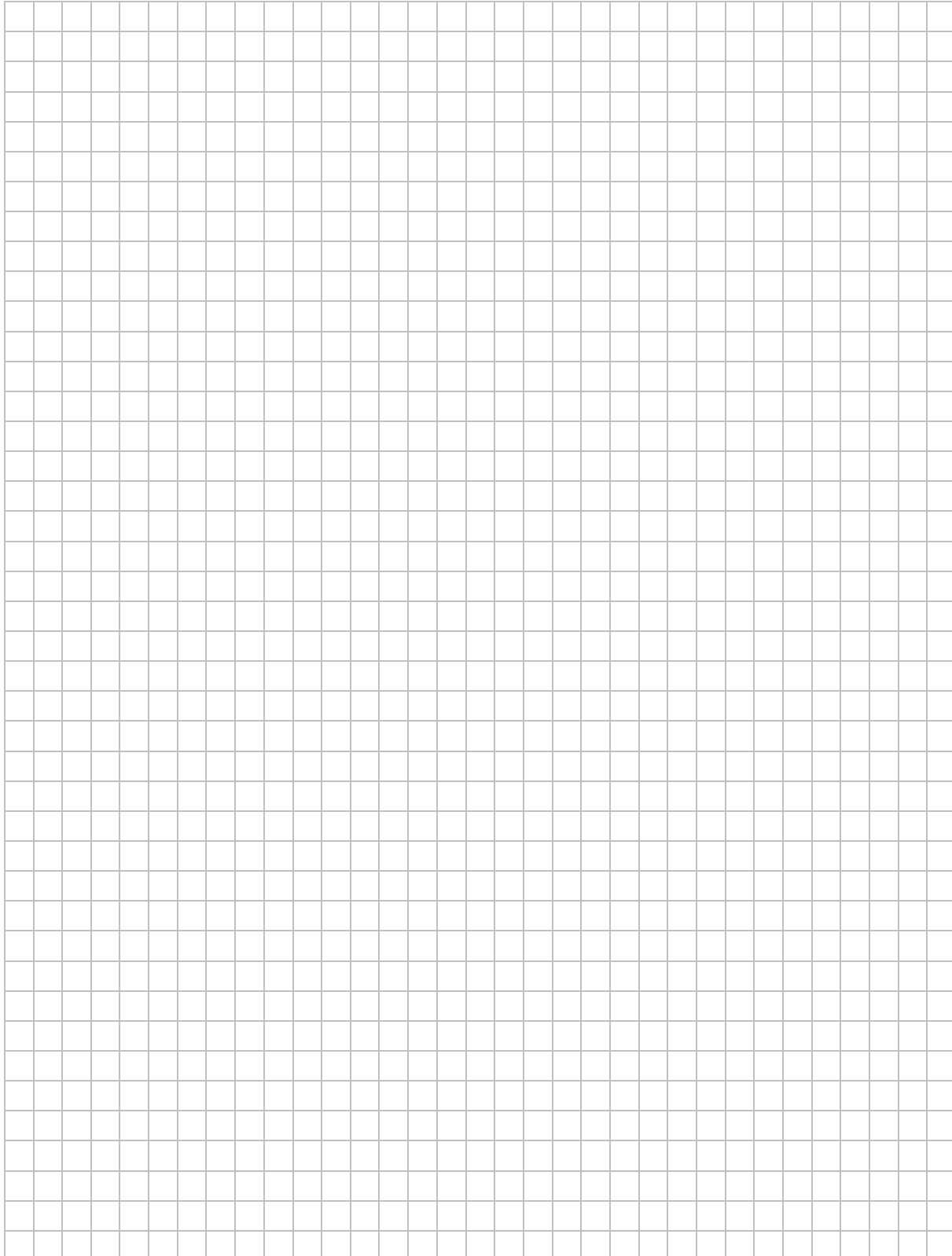
Zadanie 12. (0–5)

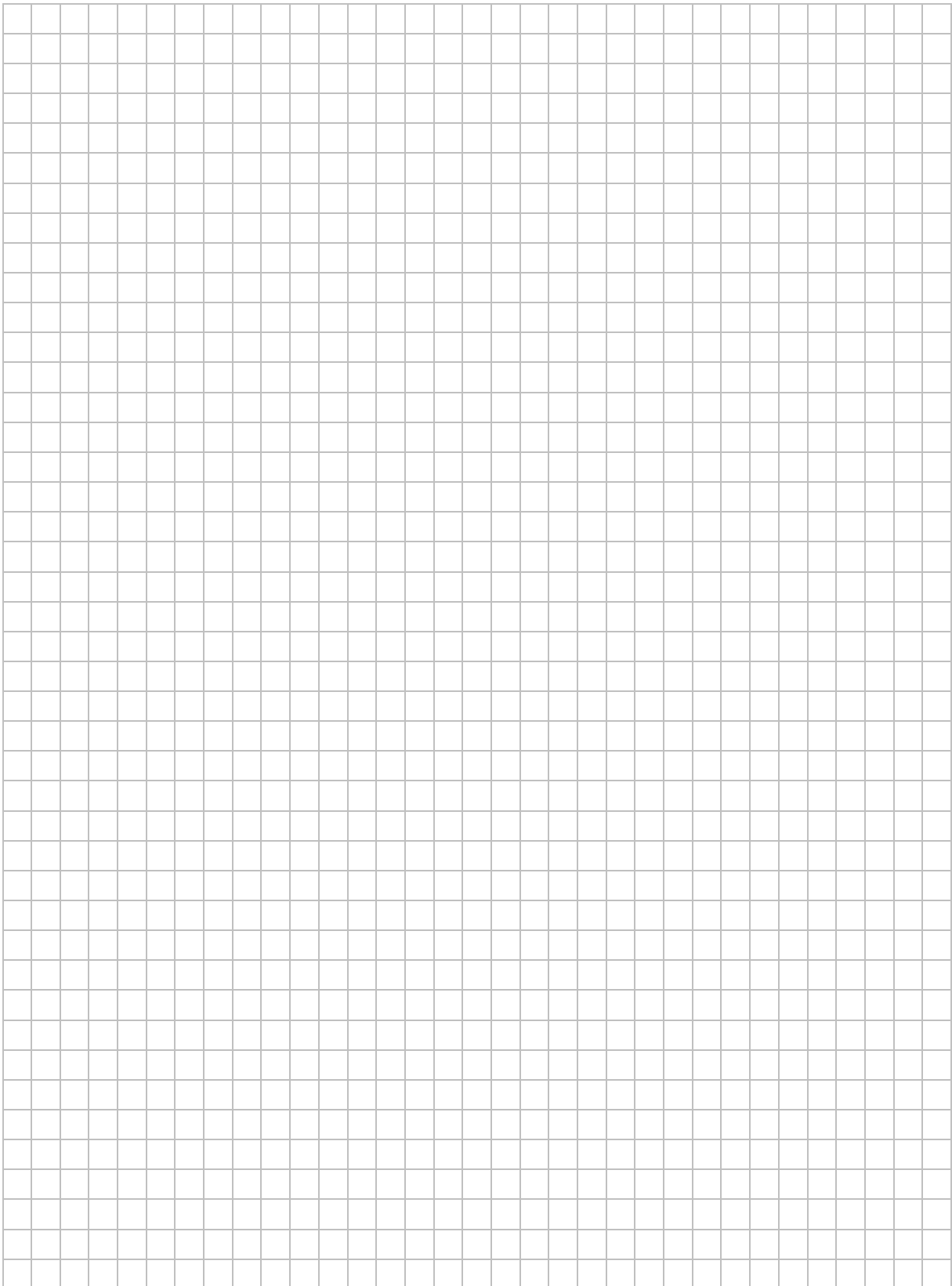
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie

$$4x^2 - 6mx + (2m + 3)(m - 3) = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 , przy czym $x_1 < x_2$, spełniające warunek

$$(4x_1 - 4x_2 - 1)(4x_1 - 4x_2 + 1) < 0.$$



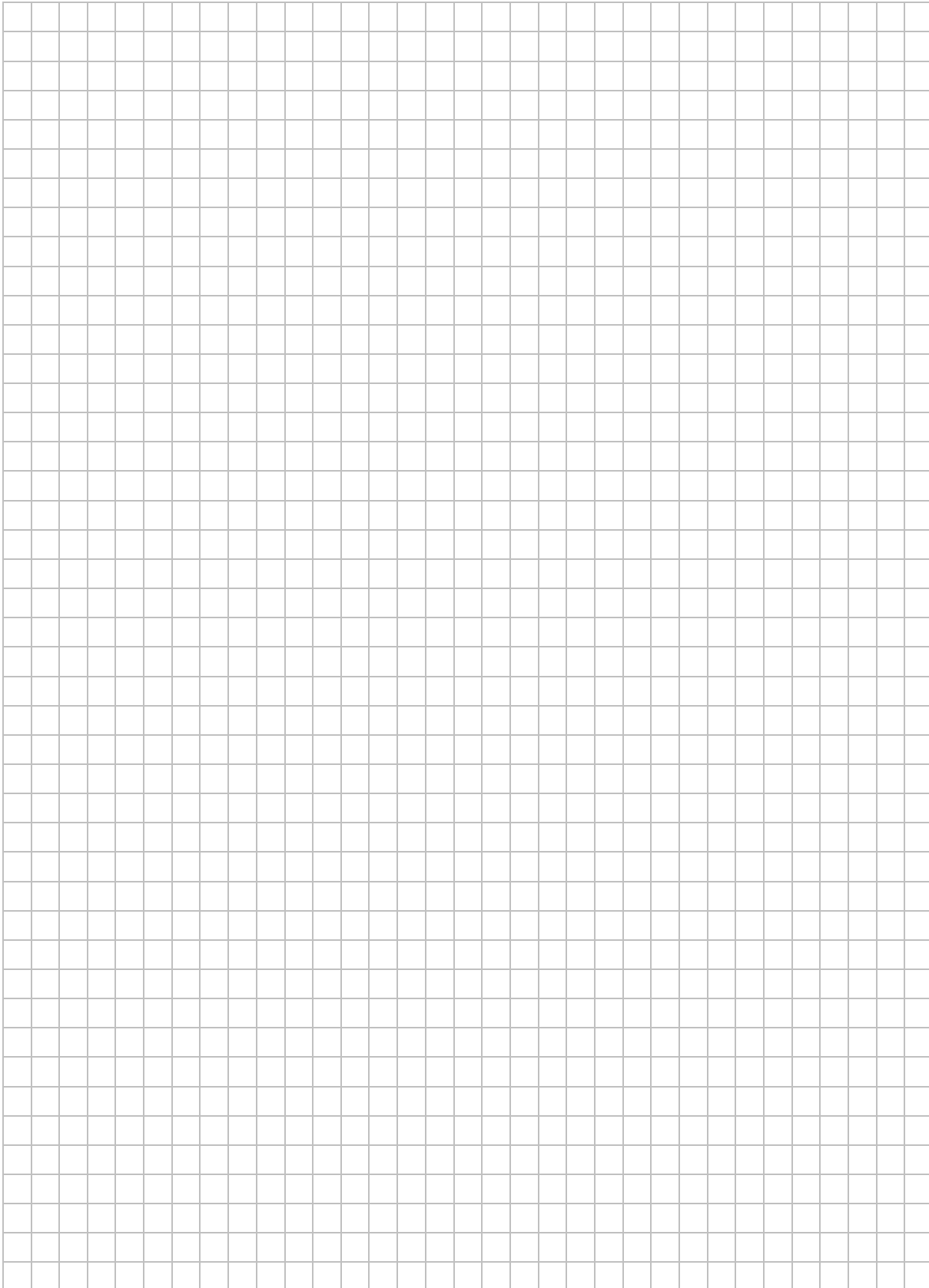


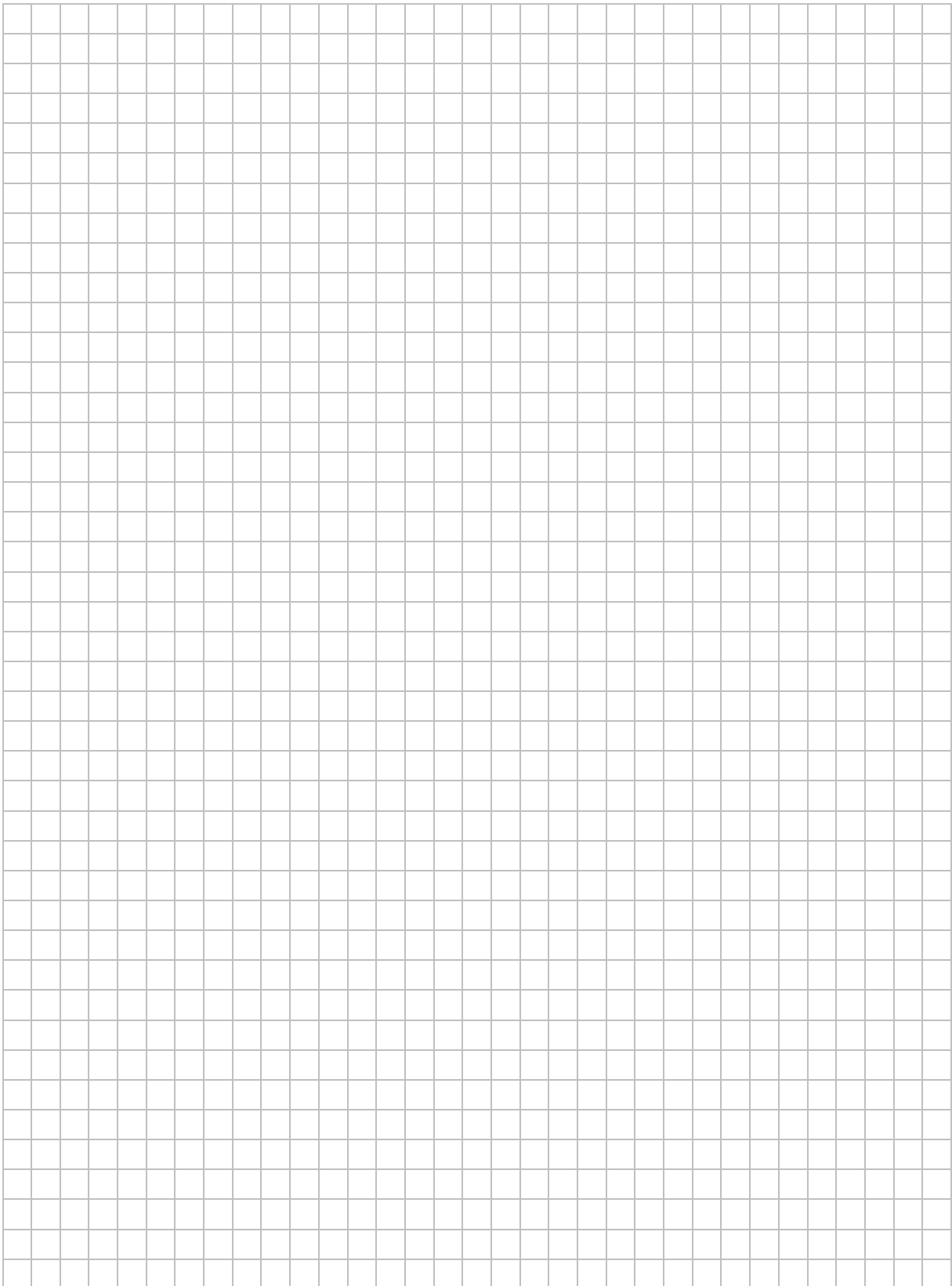
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkty $A = (-5, 3)$ i $B = (0, 6)$, którego środek leży na prostej o równaniu $x - 3y + 1 = 0$.





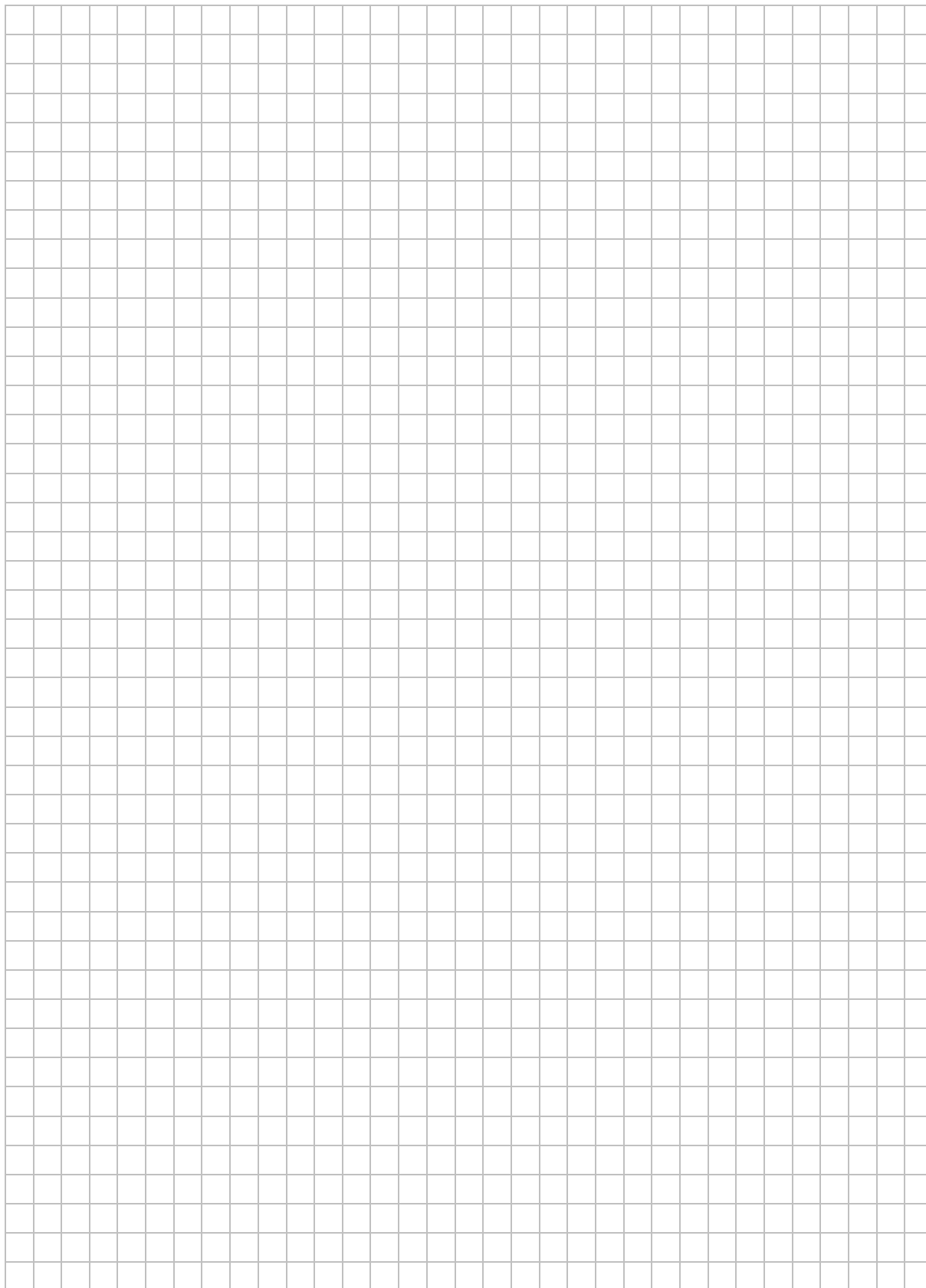
Odpowiedź:

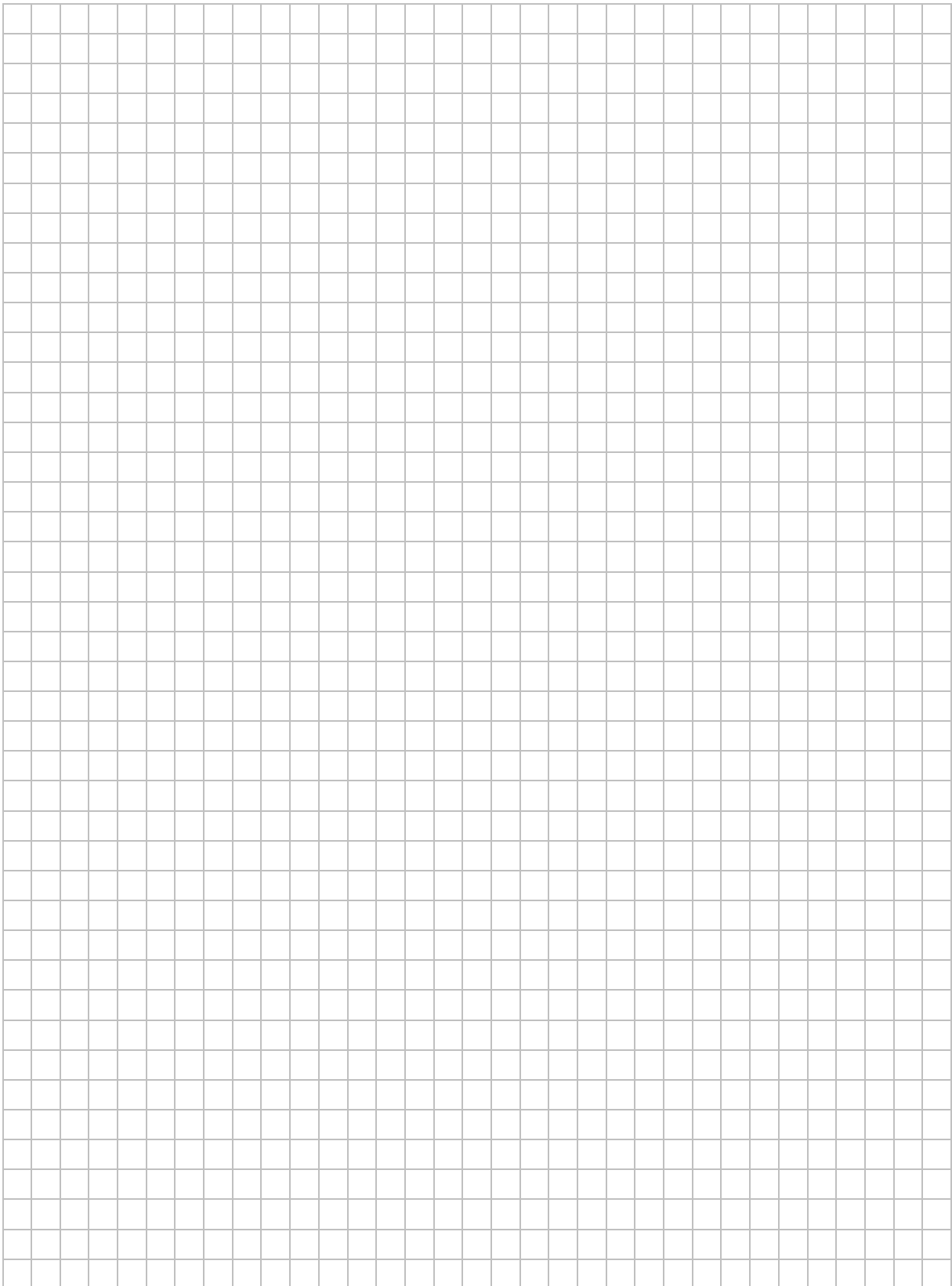
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)

Liczby a , b , c są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Suma tych liczb jest równa 27. Ciąg $(a-2, b, 2c+1)$ jest geometryczny.

Wyznacz liczby a , b , c .



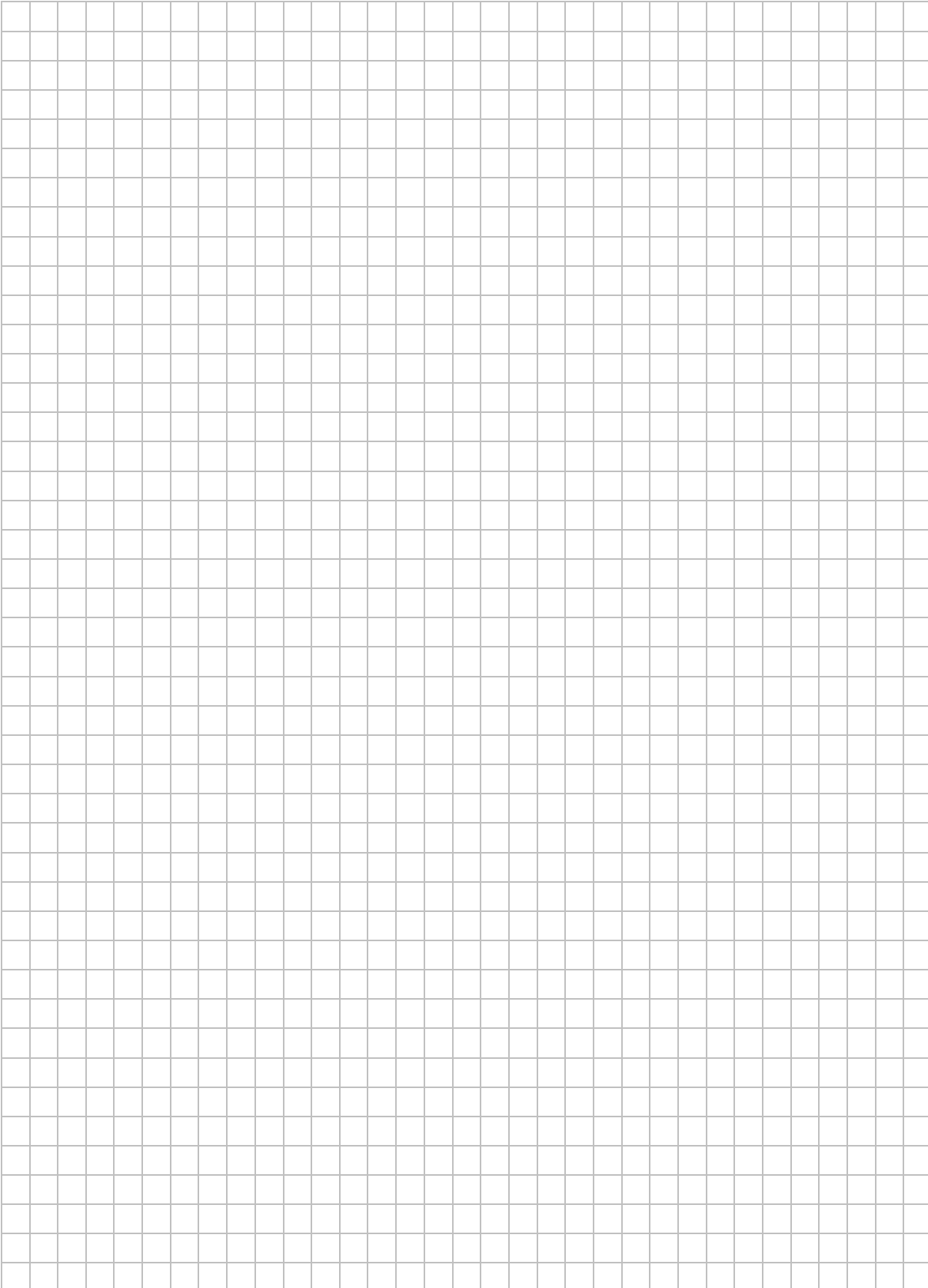


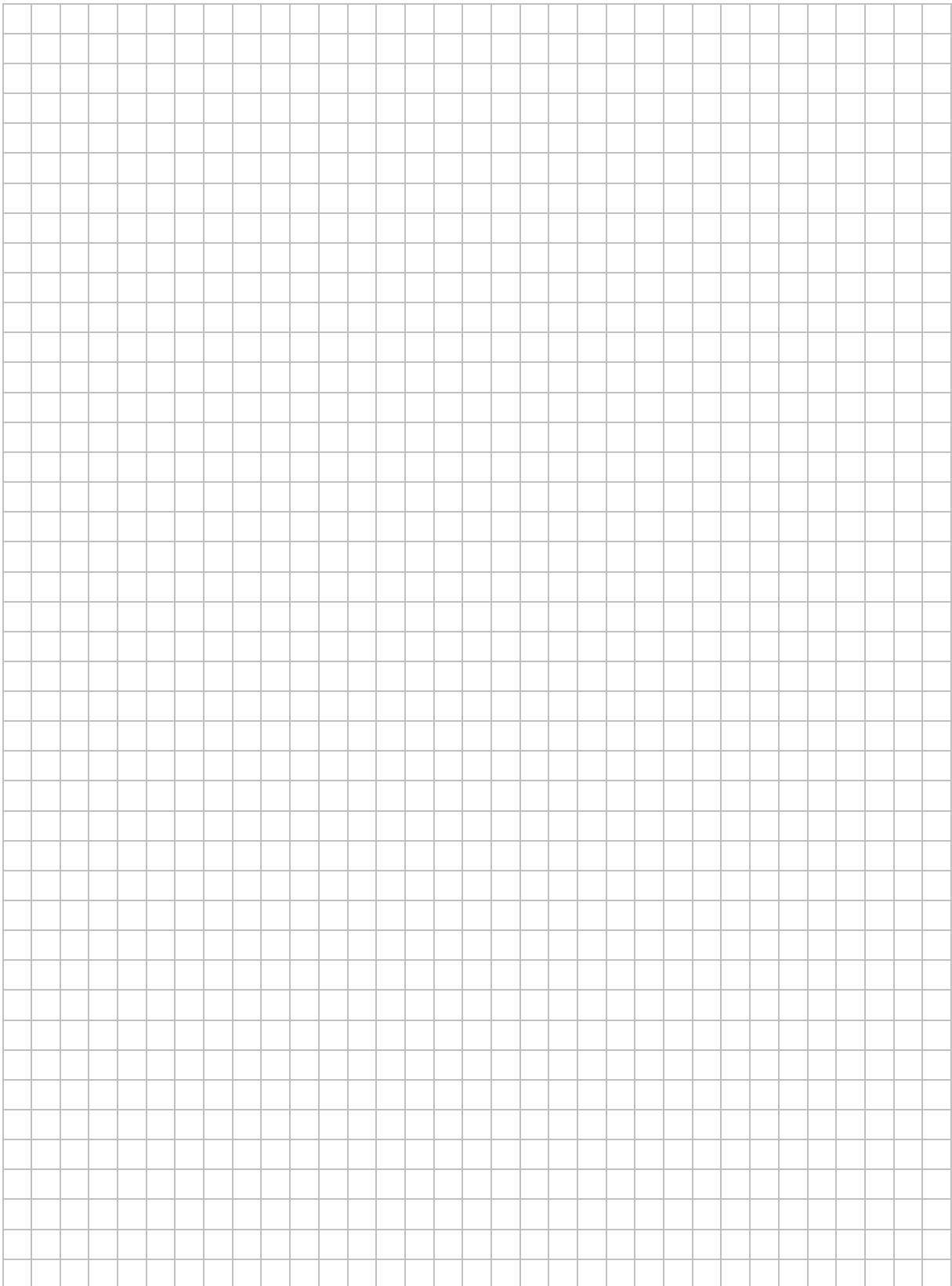
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie walce o danym polu powierzchni całkowitej P . Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.





Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)