CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2016

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

miejsce na naklejkę

dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **9 maja 2016 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 6. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-162

MMA 2016

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

W rozwinięciu wyrażenia $\left(2\sqrt{3}x+4y\right)^3$ współczynnik przy iloczynie xy^2 jest równy

A. $32\sqrt{3}$ **B.** 48 **C.** $96\sqrt{3}$ **D.** 144

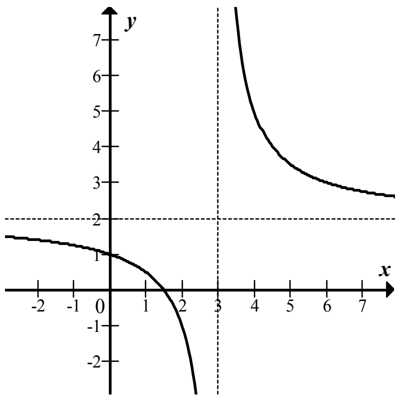
Zadanie 2. (0–1)

Wielomian $W(x)=6x^3+3x^2-5x+p$ jest podzielny przez dwumian $x-1$ dla p równego

A. 4 **B.** -2 **C.** 2 **D.** -4

Zadanie 3. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji homograficznej $y=f(x)$, której dziedziną jest zbiór $D=(-\infty,3)\cup(3,+\infty)$.



Równanie $\left|f(x)\right|=p$ z niewiadomą x ma dokładnie jedno rozwiązanie

A. w dwóch przypadkach: $p=0$ lub $p=3$. **B.** w dwóch przypadkach: $p=0$ lub $p=2$.
C. tylko wtedy, gdy $p=3$. **D.** tylko wtedy, gdy $p=2$.

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja $f(x)=\frac{3x-1}{x^2+4}$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x. Pochodna tej funkcji jest określona wzorem

A. $f'(x)=\frac{-3x^2+2x+12}{\left(x^2+4\right)^2}$ **B.** $f'(x)=\frac{-9x^2+2x-12}{\left(x^2+4\right)^2}$

C. $f'(x)=\frac{3x^2-2x-12}{\left(x^2+4\right)^2}$ **D.** $f'(x)=\frac{9x^2-2x+12}{\left(x^2+4\right)^2}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 5. (0–1)

Granica $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\left(pn^2+4n\right)^3}{5n^6-4}=-\frac{8}{5}$. Wynika stąd, że

A. $p=-8$ **B.** $p=4$ **C.** $p=2$ **D.** $p=-2$

Zadanie 6. (0–2)

Wśród 10 tysięcy mieszkańców pewnego miasta przeprowadzono sondaż dotyczący budowy przedszkola publicznego. Wyniki sondażu przedstawiono w tabeli.

Badane grupy	Liczba osób popierających budowę przedszkola	Liczba osób niepopierających budowy przedszkola
Kobiety	5140	1860
Mężczyźni	2260	740

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że losowo wybrana osoba, spośród ankietowanych, popiera budowę przedszkola, jeśli wiadomo, że jest mężczyzną. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 7. (0–2)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony wzorem $a_n = \left(\frac{1}{2x-371}\right)^n$ dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie. Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą x, dla której nieskończony szereg $a_1 + a_2 + a_3 + ...$ jest zbieżny.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

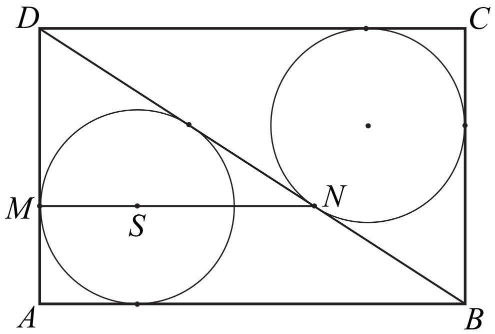
Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y takich, że $x^2 + y^2 = 2$, prawdziwa jest nierówność $x + y \leq 2$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 9. (0–3)

Dany jest prostokąt $ABCD$. Okrąg wpisany w trójkąt BCD jest styczny do przekątnej BD w punkcie N. Okrąg wpisany w trójkąt ABD jest styczny do boku AD w punkcie M, a środek S tego okręgu leży na odcinku MN, jak na rysunku.



Wykaż, że $|MN| = |AD|$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (0–4)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których wykresy funkcji f i g, określonych wzorami $f(x) = x - 2$ oraz $g(x) = 5 - ax$, przecinają się w punkcie o obu współrzędnych dodatnich.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż nierówność $\frac{2\cos x-\sqrt{3}}{\cos^2 x}<0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi\rangle$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–6)

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x)=x^2+2(m+1)x+6m+1$. Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru *m*, dla których ten trójmian ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $|x_1-x_2|<3$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

Punkty $A=(30, 32)$ i $B=(0, 8)$ są sąsiednimi wierzchołkami czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg. Prosta o równaniu $x-y+2=0$ jest jedyną osią symetrii tego czworokąta i zawiera przekątną AC. Oblicz współrzędne wierzchołków C i D tego czworokąta.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–3)

Rozpatrujemy wszystkie liczby naturalne dziesięciocyfrowe, w zapisie których mogą występować wyłącznie cyfry 1, 2, 3, przy czym cyfra 1 występuje dokładnie trzy razy. Uzasadnij, że takich liczb jest 15 360.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

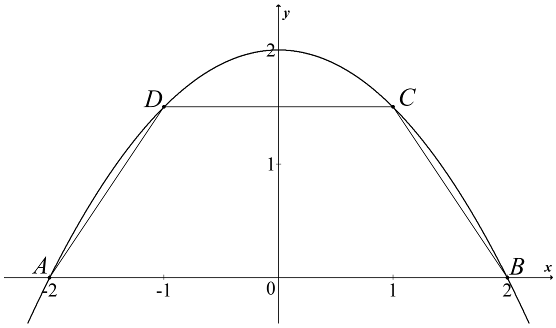
W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDS$ o podstawie $ABCD$ wysokość jest równa 5, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę 120°. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)

Parabola o równaniu $y = 2 - \frac{1}{2}x^2$ przecina oś Ox układu współrzędnych w punktach $A = (-2, 0)$ i $B = (2, 0)$. Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne $ABCD$, których dłuższą podstawą jest odcinek AB, a końce C i D krótszej podstawy leżą na paraboli (zobacz rysunek).



Wyznacz pole trapezu $ABCD$ w zależności od pierwszej współrzędnej wierzchołka C. Oblicz współrzędne wierzchołka C tego z rozpatrywanych trapezów, którego pole jest największe.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	16.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***